

```
> restart;
```

Tempo para que a partícula com diametro crítico percorra a distância L na horizontal

```
> th:=L/u:
```

Tempo para que a partícula com diametro crítico percorra a distância H na vertical

```
> tv:=H/vt:
```

```
> u:=Q/(B*H):
```

```
> vt:=solve(th=tv,vt);
```

$$vt := \frac{Q}{L B}$$

```
> Cd_sob_Re:=4/3*(rhos-rho)*mu*g/(vt^3*rho^2);
```

$$Cd_{sob_Re} := \frac{4 (rhos - \rho) \mu g L^3 B^3}{3 Q^3 \rho^2}$$

```
> Rey1:=((24/(k1*Cd_sob_Re))^(n/2)+(k2/(Cd_sob_Re))^(n))^(1/n);
```

$$Rey1 := \left(\left(\frac{18 Q^3 \rho^2}{k1 (rhos - \rho) \mu g L^3 B^3} \right)^{\left(\frac{1}{2} n \right)} + \left(\frac{3 k2 Q^3 \rho^2}{4 (rhos - \rho) \mu g L^3 B^3} \right)^n \right)^{\left(\frac{1}{n} \right)}$$

```
> n:=1.2;
```

$$n := 1.2$$

```
> k1:=0.843*log10(phi/0.065);
```

$$k1 := \frac{0.843 \ln(15.38461538 \varphi)}{\ln(10)}$$

```
> k2:=5.31-4.88*phi;
```

$$k2 := 5.31 - 4.88 \varphi$$

```
> vt;
```

$$\frac{Q}{L B}$$

```
> Rey2:=(rho*dp*vt)/mu;
```

$$Rey2 := \frac{\rho dp Q}{L B \mu}$$

```
> Eq:=Rey1=Rey2;
```

$$Eq := \left(6.275769124 \left(\frac{\ln(10) Q^3 \rho^2}{\ln(15.38461538 \varphi) (\rho_{hos} - \rho) \mu g L^3 B^3} \right)^{0.6000000000} + 0.7080656335 \left(\frac{(5.31 - 4.88 \varphi) Q^3 \rho^2}{(\rho_{hos} - \rho) \mu g L^3 B^3} \right)^{1.2} \right)^{0.8333333333} = \frac{\rho dp Q}{L B \mu}$$

> dp:=solve(Eq,dp);

$$dp := \frac{1}{\rho Q} \left(\left(6.275769124 \left(- \frac{2.302585093 Q^3 \rho^2}{\ln(15.38461538 \varphi) (-1. \rho_{hos} + \rho) \mu g L^3 B^3} \right)^{(3/5)} + 0.002818860059 \left(\frac{(-531. + 488. \varphi) Q^3 \rho^2}{(-1. \rho_{hos} + \rho) \mu g L^3 B^3} \right)^{(6/5)} \right) \wedge \left(\frac{8333333333}{10000000000} \right) L B \mu \right)$$

Dados do problema fornecido em sala de aula;

> Q:=5000*28316.84/60:

> rho:=1.2e-3: mu:=0.018e-2:

> rhos:=3: phi:=0.75:

> B:=10*30.48: g:=980:

Para L=3ft

> L:=3*30.48:

> dp_micras:=dp*10000;

dp_micras := 126.1050389

Para L=6ft

> L:=6*30.48:

> dp_micras:=dp*10000;

dp_micras := 77.14606043

Para L=9ft

> L:=9*30.48:

> dp_micras:=dp*10000;

dp_micras := 60.90305584

> restart;

> dp :=

(6.275769124*(-2.302585093*Q^3*rho^2/(ln(15.38461538*phi))*(-1.*rhos+rho)*u*g*L^3*B^3))^(3/5)+0.2818860059e-2*((-531.+488.*phi)*Q^3*rho^2/((-1.*rho

```
+rho)*mu*g*L^3*B^3)^(6/5))^(8333333333/10000000000)*L*B*mu/(rho*Q);
```

$$dp := \frac{1}{\rho Q} \left(\left(6.275769124 \left(- \frac{2.302585093 Q^3 \rho^2}{\ln(15.38461538 \varphi) (-1. \text{rhos} + \rho) \mu g L^3 B^3} \right) \right)^{(3/5)} + 0.002818860059 \left(\frac{(-531. + 488. \varphi) Q^3 \rho^2}{(-1. \text{rhos} + \rho) \mu g L^3 B^3} \right)^{(6/5)} \right) \wedge \left(\frac{8333333333}{10000000000} \right) L B \mu$$

```
> #Q:=5000*28316.84/60:
```

```
> rho:=1.2e-3: mu:=0.018e-2:
```

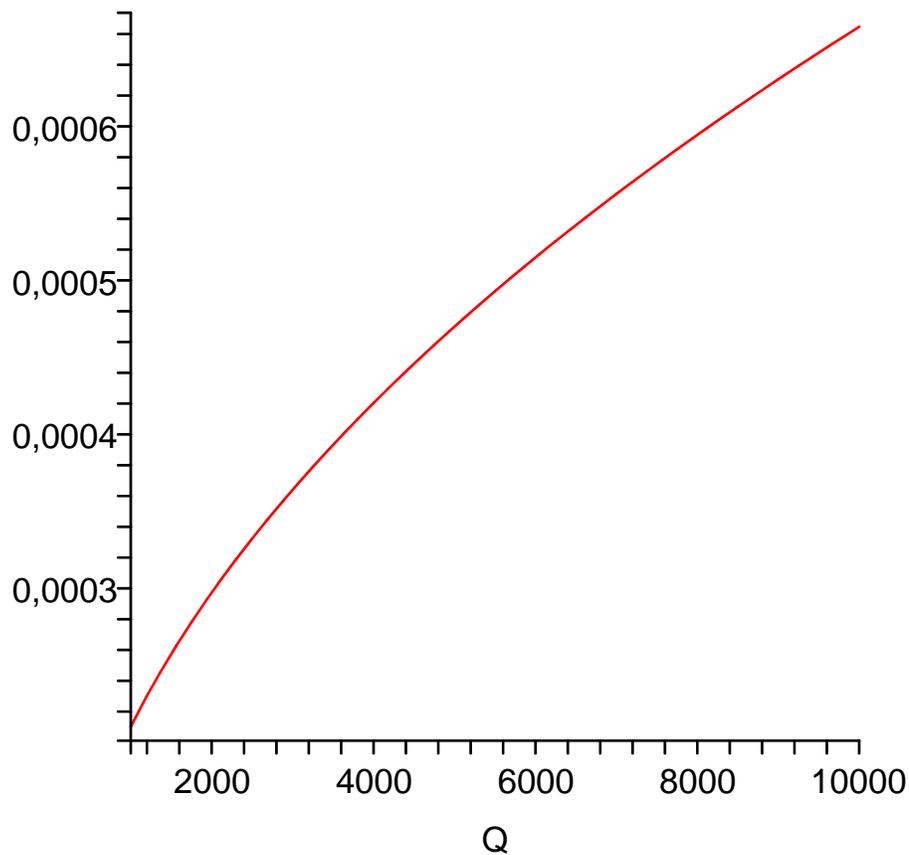
```
> rhos:=3: phi:=0.75:
```

```
> B:=10*30.48: g:=980:
```

```
> L:=3*30.48:
```

RELAÇÃO ENTRE DIAMETRO CRÍTICO E VAZÃO

```
> plot(dp,Q=1000..10000);
```



```
> restart;
```

```
> dp :=
```

```
(6.275769124*(-2.302585093*Q^3*rho^2/(ln(15.38461538*phi)*(-1.*rhos+rho)*
u*g*L^3*B^3))^(3/5)+0.2818860059e-2*((-531.+488.*phi)*Q^3*rho^2/((-1.*rho
+rho)*mu*g*L^3*B^3))^(6/5))^(8333333333/10000000000)*L*B*mu/(rho*Q);
```

```
dp := 6.356641489 10-8
```

$$\left(5.114413340 \cdot 10^{10} \left(\frac{1}{g L^3 B^3} \right)^{(3/5)} + 9.220064903 \cdot 10^{19} \left(\frac{1}{g L^3 B^3} \right)^{(6/5)} \right)^{\left(\frac{8333333333}{10000000000} \right)} L B$$

```
> Q:=5000*28316.84/60:
```

```
> rho:=1.2e-3: mu:=0.018e-2:
```

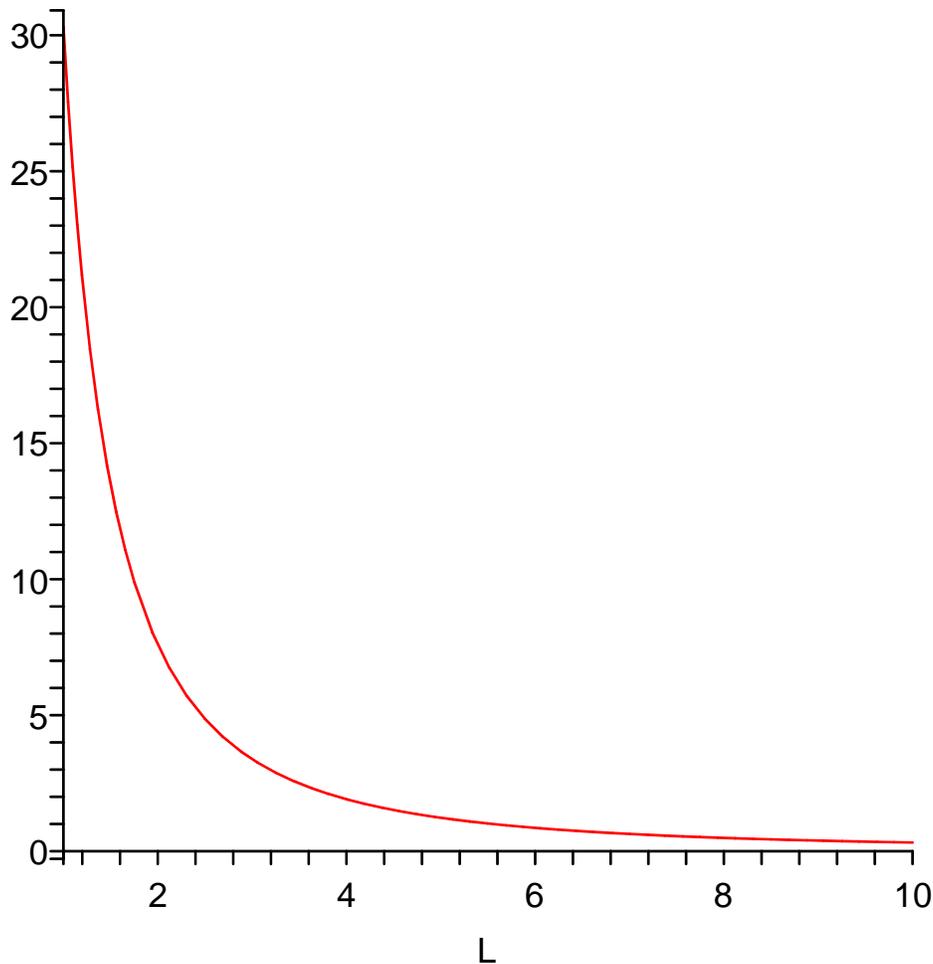
```
> rhos:=3: phi:=0.75:
```

```
> B:=10*30.48: g:=980:
```

```
> #L:=3:
```

RELAÇÃO ENTRE DIAMETRO CRÍTICO E COMPRIMENTO L

```
> plot(dp,L=1..10);
```



```
> restart;
```

```
> dp :=
```

```
(6.275769124*(-2.302585093*Q^3*rho^2/(ln(15.38461538*phi))*(-1.*rhos+rho)*  
u*g*L^3*B^3))^(3/5)+0.2818860059e-2*((-531.+488.*phi)*Q^3*rho^2/((-1.*rho  
+rho)*mu*g*L^3*B^3))^(6/5))^(8333333333/10000000000)*L*B*mu/(rho*Q);
```

$$dp := \frac{1}{\rho Q} \left(\left(6.275769124 \left(- \frac{2.302585093 Q^3 \rho^2}{\ln(15.38461538 \phi) (-1. \text{rhos} + \rho) \mu g L^3 B^3} \right)^{(3/5)} + 0.002818860059 \left(\frac{(-531. + 488. \phi) Q^3 \rho^2}{(-1. \text{rhos} + \rho) \mu g L^3 B^3} \right)^{(6/5)} \right)^{(8333333333/10000000000)} L B \mu \right)$$

```
> Q:=5000*28316.84/60:
```

```
> rho:=1.2e-3: mu:=0.018e-2:
```

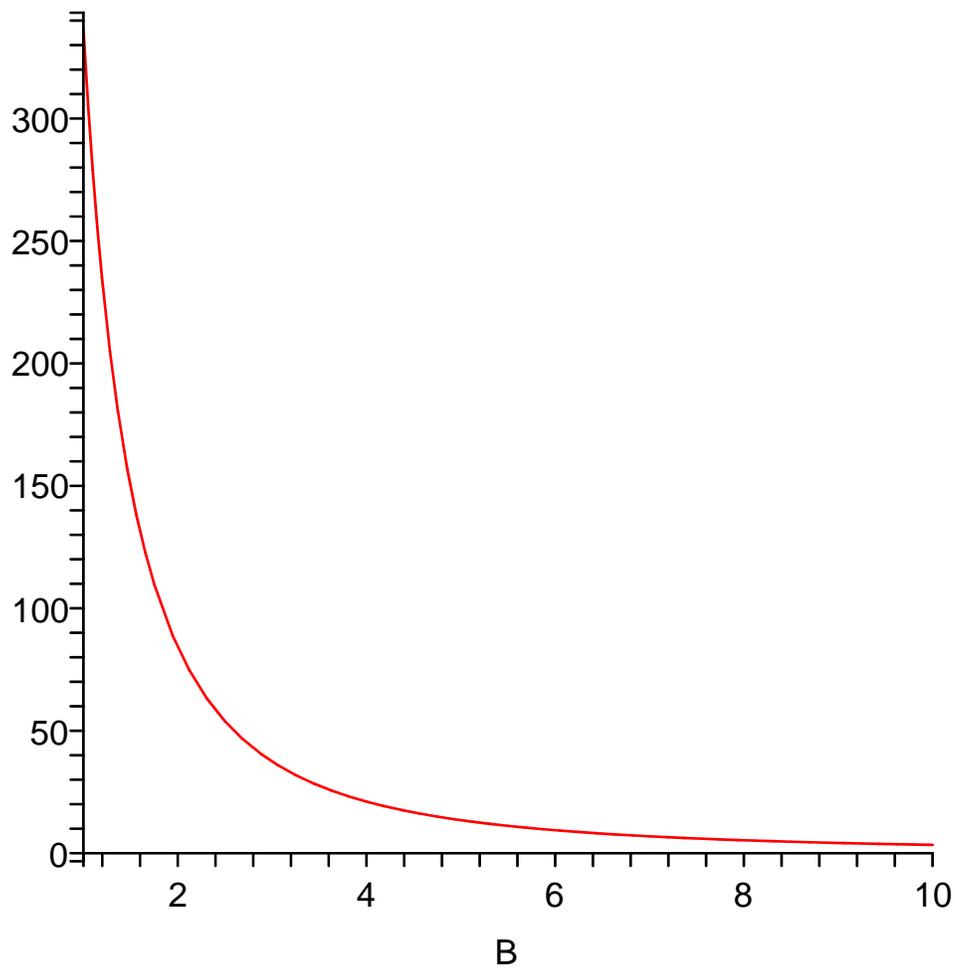
```
> rhos:=3: phi:=0.75:
```

```
> #B:=10*30.48:
```

```
> L:=3*30.48:g:=980:
```

RELAÇÃO ENTRE DIAMETRO CRÍTICO E LARGURA B

```
> plot(dp,B=1..10);
```



```
>
```



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Exemplo: Uma suspensão diluída de Cal em H₂O contém areia como produto indesejável. Determinar:

- a) A capacidade da unidade (Q) para a separação completa da areia;
- b) A percentagem de cal perdida na separação da areia.

Distribuição granulométrica da Cal

dp(μ)	20	30	40	50	60	70	80	100
100x	15	28	42	54	64	72	78	88

Dados:

Para o sólido:

$$dp_{\text{areia}} = 70\mu$$

$$\phi_{\text{areia}} = 0,7$$

$$\phi_{\text{cal}} = 0,62$$

$$\rho_{\text{cal}} = 2,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{areia}} = 2,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\text{Para o fluido: } \rho = 1,0 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ e } \mu = 1,0 \text{cP}$$

a) diâmetro crítico da areia \Rightarrow se toda areia deve ser capturada

$$dp_{\text{critico da areia}} = 70\mu$$

Solução:

$$\text{conheço } dp \text{ e obtenho } v_t \Rightarrow C_D \text{Re}^2 = \frac{4 d_p^3 \rho (\rho_s - \rho) g}{3 \mu^2} \text{ função apenas de } dp, \text{ com Re determino } v_t$$

Determinado v_t sabendo que $v_t = \frac{Q}{L \times B}$ determino Q.

$$C_D \text{Re}^2 = \frac{4 d_p^3 \rho (\rho_s - \rho) g}{3 \mu^2} = 7,18$$

$$\text{Região de Stokes} \rightarrow C_D = \frac{24}{K_1 \text{Re}} \left\{ K_1 = 0,843 \log_{10}^{(\frac{\phi}{0,065})} \Rightarrow K_1 = 0,87 \right.$$

$$\text{Região de Newton} \rightarrow C_D = K_2 \left. \left\{ K_2 = 5,31 - 4,88\phi \Rightarrow C_D = 1,89 \right. \right.$$

$$\text{Re} = \left[\left(\frac{K_1 C_D \text{Re}^2}{24} \right)^{-n} + \left(\frac{C_D \text{Re}^2}{K_2} \right)^{-n/2} \right]^{-1/n} \rightarrow n = 1,3 \rightarrow \text{Re} = 0,247 \text{ Stokes}$$

$$\text{Para Stokes temos que: } v_t = \frac{K_1 d_p^2 (\rho_s - \rho) g}{18 \mu} = 0,371 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$\therefore v_t = \frac{Q}{L \times B}$$

$$\Rightarrow Q = v_t \times L \times B = 0,371 \times 400 \times 300 = 44.520 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 160,27 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Exemplo: Uma suspensão diluída de Cal em H₂O contém areia como produto indesejável. Determinar:

- a) A capacidade da unidade (Q) para a separação completa da areia;
- b) A percentagem de cal perdida na separação da areia.

Dados:

Para o sólido:

$$dp_{\text{areia}} = 70\mu$$

$$\phi_{\text{areia}} = 0,7$$

$$\phi_{\text{cal}} = 0,8$$

$$\rho_{\text{scal}} = 2,2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{areia}} = 2,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\text{Para o fluido: } \rho = 1,0 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ e } \mu = 1,0 \text{cP}$$

Distribuição granulométrica da Cal

dp(μ)	20	30	40	50	60	70	80	100
100x	15	28	42	54	64	72	78	88

b) Cálculo da quantidade de Cal retida na separação da areia

lembre-se a $v_t = \frac{Q}{L \times B}$ é a mesma, o que mudará é o diâmetro da partícula de Cal

que apresenta a mesma velocidade terminal da partícula de diâmetro crítico da areia

Portanto o problema passa a ser do tipo:

$$\text{conheço } v_{t-\text{particuladiamcritico}} \text{ e obtenho } dp \rightarrow v_t \Rightarrow \left(\frac{C_D}{\text{Re}} \right)_{\text{sólido}} = \frac{4(\rho_s - \rho)\mu g}{3 v_t^3 \rho^2} = 307,0$$

com Re determino dp e sabido ainda que:

$$K_1 = 0,843 \log_{10}(\phi^{0,065}) = 0,919$$

$$\text{e ainda } K_2 = 5,31 - 4,88 \times \phi = 1,406$$

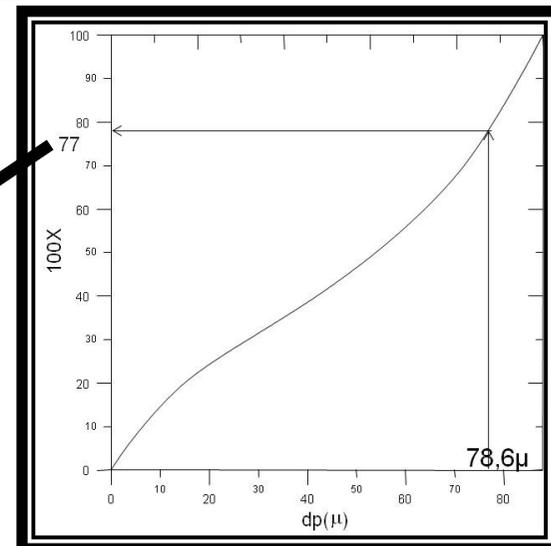
$$\text{Re} = \left[\left(\frac{24}{K_1 \left(\frac{C_D}{\text{Re}} \right)} \right)^{n/2} + \left(\frac{K_2}{\left(\frac{C_D}{\text{Re}} \right)} \right)^n \right]^{1/n} \rightarrow n = 1,2 \Rightarrow \text{Re} = 0,272 \rightarrow \text{Stokes}$$

mas sabemos que para regime de Stokes temos:

$$d_{p-\text{cal}} = \sqrt{\frac{18\mu v_{tp}}{K_1(\rho_s - \rho)g}} = \sqrt{\frac{18 \times (1.10^{-2}) \times 0,371}{0,919 \times (2,2 - 1) \times 980}} = 78,6\mu$$

Partículas maiores que 78,6μ

ficam retidas (junto com a areia que é separada)



77% da cal possui diâmetro menor que 78,6μ e 23% possui diâmetro maior que 78,6μ. Portanto, 23% das partículas de cal ficam retidas na separação de areia.



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



6 – Centrífuga

Ref: Perry, 19-82 à 19-95 ---- Svarousky – “Solid-Liquid Separation”, 2000.

Os separadores centrífugos fazem uso do princípio bem conhecido, de estar sujeito a uma força, qualquer objeto que gira em torno de um ponto central, a uma distância radial constante. Esta força é a força centrípeta que age na direção radial no sentido do centro de rotação. O conteúdo do objeto (cilindro) age sobre ele uma força igual e oposta (força centrífuga) dirigida para as paredes do recipiente.

Quando o vaso gira em torno do seu eixo vertical, líquido e sólidos ficam sujeitos à ação de duas forças: a da gravidade, que age para baixo e a força centrífuga, que age horizontalmente. Num equipamento centrifugador comercial, contudo, a força centrífuga é normalmente tão grande que a da gravidade pode ser desprezada.

Os usos principais para as centrífugas são:

- 1) Filtração
- 2) Decantação

Trataremos neste capítulo apenas da centrífuga decantadora. Os conceitos da filtrante serão vistos no capítulo de filtração.

6.1- A centrífuga Decantadora

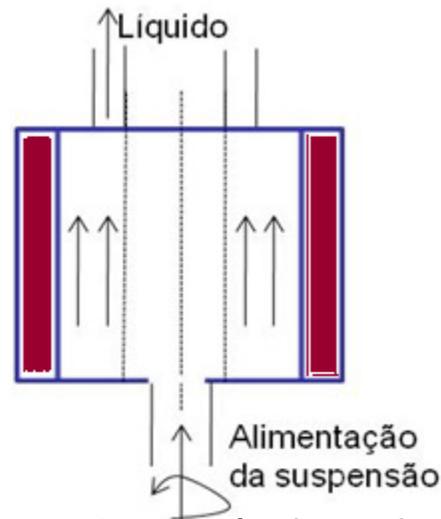
- a) A disco
- b) Com transporte helicoidal
- c) Tubular → comercial (mais didática)



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



a) Tubular → comercial (mais didática)



A alimentação entra pelo fundo do vaso, sob pressão através de um bocal de alimentação. O líquido sobe em forma axial, exceto em áreas imediatamente adjacentes a entrada e saída, e é descarregado no topo (continuamente). Os sólidos se movem com o líquido para cima e têm ao mesmo tempo, uma velocidade radial dependente do seu tamanho e densidade. Se a trajetória de uma dada partícula intercepta a parede do vaso, ela é removida do líquido, do contrário aparece no efluente. Quando a quantidade de sólidos coletada já é suficiente para prejudicar a qualidade de clarificação ou de separação, o processo é interrompido e os sólidos são descarregados, normalmente pode ser facilitado pelo revestimento do vaso com plástico.

A capacidade de uma centrífuga tubular varia na faixa comercial desde 10 a 15 gal/h para separar pequenas bactérias de meio de cultura, até 1200 gal/h para purificar óleos lubrificantes.

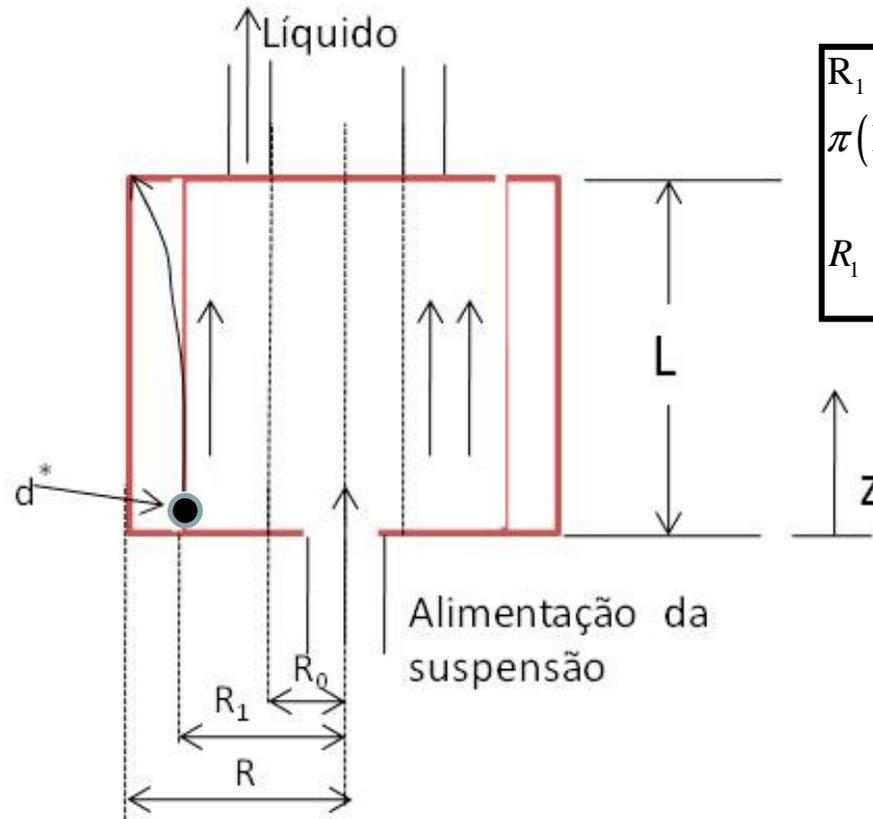
Principais usos: Purificação de lubrificantes usados, óleos industriais, ind. Alimentos, Bioquímica e Farmacêutica.

Os modelos comerciais possuem vasos de até 4 a 5 in de diâmetro e até 30 in de comprimento.



O projeto:

OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



R_1 divide a coroa em duas outras de mesma área:

$$\pi(R^2 - R_1^2) = \pi(R_1^2 - R_0^2)$$

$$R_1 = \left(\frac{R^2 + R_0^2}{2} \right)^{1/2}$$

Hipóteses

a) Prevalece o regime de Stokes na movimentação das partículas

b) As partículas estão igualmente espalhadas em $z=0$ ao longo da área da coroa, $\pi(R^2 - R_0^2)$

Logo: d^* - diâmetro de corte \rightarrow é o diâmetro da partícula que é coletada com eficiência de 50% ($d > d^*$ - eficiência de coleta maior que 50%)

Observação: se todas as partículas tem o mesmo diâmetro, $D = d^*$, 50% serão coletadas e 50% serão arrastadas.



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



6.2 – O conceito Σ na Especificação da centrífuga decantadora

-em relação à trajetória assinalada na figura anterior- o tempo necessário para que a partícula de diâmetro d^* percorra a distância axial L.

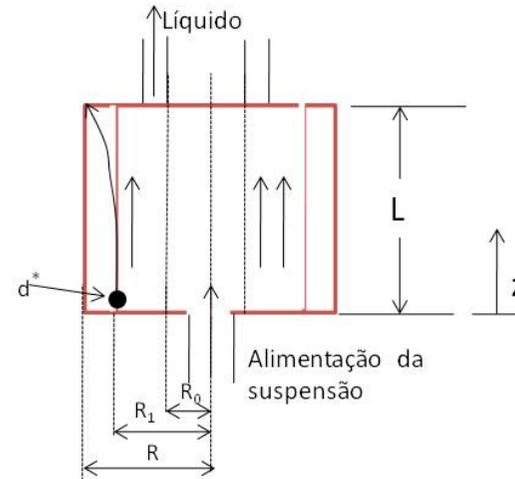
$$t = \frac{L}{\langle u \rangle} = \frac{L}{\frac{Q}{\pi(R^2 - R_0^2)}}, \quad \langle u \rangle - \text{velocidade média do fluido}$$

tempo necessário para que a partícula de diâmetro de corte d^* percorra a distância radial R_1 a R .

$$t = \frac{18\mu}{K_1(\rho_s - \rho)d^{*2}\Omega^2} \ln\left(\frac{R}{R_1}\right) \leftarrow \text{Transparência 67}$$

para casa \Rightarrow provar que $\ln\left(\frac{R}{R_1}\right) = \frac{R^2 - R_0^2}{3R^2 + R_0^2}$

(usar série de Taylor) $\ln(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{x}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x}\right)^3 \dots$



igualando os tempos:

$$t = \frac{18\mu}{K_1(\rho_s - \rho)d^{*2}\Omega^2} \left(\frac{R^2 - R_0^2}{3R^2 + R_0^2}\right) = \frac{L\pi(R^2 - R_0^2)}{Q}$$

$$\rightarrow d^* = \left[\frac{18Q\mu}{K_1(\rho_s - \rho)L\pi\Omega^2(3R^2 + R_0^2)} \right]^{1/2}$$

d^* é função das propriedades físicas do fluido e das partículas, das dimensões do equipamento e das condições de operação (Q, Ω)

se $d^* \downarrow$ eficiência \uparrow

$$\mu \downarrow Q \downarrow R \uparrow R_0 \uparrow (\rho_s - \rho) \uparrow L \uparrow \Omega \uparrow$$



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Na equação anterior (d^*) podemos explicitar a vazão, com isso obtemos:

igualando os tempos:

$$Q = 2 \times \frac{K_1 g (\rho_s - \rho) d^{*2}}{18\mu} \quad \frac{1}{2} \times \frac{\pi L (3R^2 + R_0^2) \Omega^2}{g}$$

velocidade terminal da partícula de diâmetro de corte d^* no campo gravotacional - $[L^1 M^0 T^{-1}]$
 Σ , uma característica da centrífuga $[L^2 M^0 T^0]$

$$Q = 2 \times v_t \Sigma$$

Multiplico e divido por 2 g
Justificativa: o d^* possui eficiência de coleta de 50%.

Voltando a câmara $Q = v_t BL$, logo fisicamente Σ é proporcional a área de um tanque de separação gravitacional com características de separação equivalentes (mesmo v_t).

A expressão Σ depende do tipo de centrífuga.

Assim por exemplo, para a centrífuga tubular.

$$\Sigma = \frac{\pi L (3R^2 + R_0^2) \Omega^2}{2g}$$

Para outros tipos de centrífugas ver Perry (18).

No "scaling-up" entre centrífugas de mesmo tipo, operando com uma suspensão parece razoável admitir que:

$$\left(\frac{Q}{\Sigma} \right)_1 = \left(\frac{Q}{\Sigma} \right)_2 \rightarrow v_{t-1} = v_{t-2} \text{ (mesma eficiência, mesmo desempenho)}$$

where K_2 is constant for a particular centrifuge geometry and volumetric flow rate and is equal to the residence time of the liquid because

$$K_2 = \frac{L\pi(r_3^2 - r_1^2)}{Q} = \frac{V}{Q} \quad (7.10)$$

where V is the effective volumetric capacity of the bowl.

Equation 7.9 gives the typical S-shaped grade efficiency curve (see *Figure 7.3*); the limit of separation x_{\max} that appears in equation 7.9b may be determined from equation 7.6.

The method shown above is typical for the grade efficiency derivation for most of the following centrifugal equipment. It must however be emphasized that the theoretical efficiency functions are only as good as the assumptions made in their derivation.

An important parameter that can be derived from equation 7.7 (or 7.9) is the size corresponding to 50% on the grade efficiency curve, i.e. the equiprobable size or ‘cut size’ x_{50} (see chapter 3, ‘Efficiency of Separation’). The corresponding radius r_{50} is the one that splits the annulus between r_1 and r_3 into equal areas hence

$$r_3^2 - r_{50}^2 = r_{50}^2 - r_1^2 \quad (7.11)$$

The cut size x_{50} can either be calculated from equation 7.9 by putting $G(x_{50}) = 0.5$ or by substitution of r_{50} from equation 7.11 into equation 7.5 thus

$$x_{50}^2 = \left(\frac{Q}{2\pi LK} \right) \left[\ln \left(\frac{2r_3^2}{r_3^2 + r_1^2} \right) \right] \left(\frac{1}{r_3^2 - r_1^2} \right) \quad (7.12a)$$

or, in terms of the liquid residence time K_2

$$x_{50}^2 = \frac{1}{2K K_2} \ln \left(\frac{2r_3^2}{r_3^2 + r_1^2} \right) \quad (7.12b)$$

An example of the comparison between the theoretical and practical grade efficiencies of a tubular centrifuge is given in section 7.3.1.

7.2.2 The sigma concept

The so-called Sigma concept has been widely used in the field of centrifugal sedimentation ever since its first development by Ambler³ in 1952. It is a simplified relation between the machine performance in terms of x_{50} , total volumetric flow rate Q and an index of the centrifuge size Σ . The cut size x_{50} is represented by its terminal settling velocity v_g in the given liquid under gravity so that from Stokes’ law (using equation 7.5b for the definition of K)

$$v_g = \frac{x_{50}^2 \Delta \rho g}{18\mu} = x_{50}^2 K \frac{g}{\omega^2} \quad (7.13)$$

Equation 7.12a may thus be rewritten as

$$Q = 2v_g \left(\frac{\omega^2}{g} \right) \pi L \frac{r_3^2 - r_1^2}{\ln \frac{2r_3^2}{r_3^2 + r_1^2}} \quad (7.14)$$

or

$$Q = 2v_g \Sigma \quad (7.15)$$

where

$$\Sigma = \frac{\omega^2}{g} \pi L \frac{r_3^2 - r_1^2}{\ln \frac{2r_3^2}{r_3^2 + r_1^2}} \quad (7.16)$$

As equation 7.16 is rather cumbersome for routine calculations, an alternative expression may be used, based on an approximation of the logarithmic function

$$\ln y \simeq 2 \frac{y - 1}{y + 1}$$

(taking the first term in a series) so that in equation 7.16

$$\ln \frac{2r_3^2}{r_3^2 + r_1^2} \simeq \frac{r_3^2 - r_1^2}{\frac{3}{2}r_3^2 + \frac{1}{2}r_1^2}$$

and equation 7.16 itself becomes

$$\Sigma \simeq \frac{\omega^2}{g} \pi L \left(\frac{3}{2}r_3^2 + \frac{1}{2}r_1^2 \right) \quad (7.17)$$

This is an approximation for which Ambler⁴ claims a maximum error of 4%.

Equation 7.15 is the basic expression of the Sigma concept. It gives an estimate of the flow rate above which particles of size x_{50} will largely be und sedimented and below which they will mostly be separated. Σ is a constant containing factors pertaining only to the centrifuge; it is often called the theoretical capacity factor; it has the dimension of an area and it allows comparison between the performances of geometrically and hydrodynamically similar centrifuges operating on the same feed material. Theoretically, Σ represents the area of a settling tank capable of the same separational performance in the gravitational field; this is of course a false comparison because it ignores Brownian diffusion, convection currents and other effects which could mean that such a settling tank may hardly perform as well as the centrifuge, if at all. Equation 7.17 represents the Σ factor for a tubular centrifuge, similar expressions can be derived for other types of sedimenting centrifuges and these are given in the appropriate sections in the following. Extensive work on Σ comparisons in the past two decades, mostly made by equipment manufacturers, has shown that while experimental results differ from calculated values when different types of centrifuges are being



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Ex: Seja a clarificação de uma suspensão de argila em água numa centrífuga tubular. Ensaios em unidade de bancada mostram que um produto clarificado satisfatório pode ser obtido na capacidade de $8 \text{ cm}^3/\text{s}$. Determinar a capacidade de uma centrífuga tubular industrial para operar com a mesma suspensão.

$$\text{centrífuga piloto: } \begin{cases} L=20\text{cm} \\ R=2,2\text{cm} \\ R_0 = 1,1\text{cm} \\ 20000\text{rpm} \end{cases} \quad \text{centrífuga industrial: } \begin{cases} L=76\text{cm} \\ R=12,7\text{cm} \\ R_0 = 10,16\text{cm} \\ 15000\text{rpm} \end{cases}$$

$$\rho_s = 2,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\Sigma_1 = \frac{\pi L (3R^2 + R_0^2) \Omega^2}{2g} = \frac{3,1415 \times 20 (3(2,2)^2 + (1,1)^2) \left(\frac{2 \times 3,1415 \times 20000}{60} \right)^2}{2 \times (980)} = 2,21 \cdot 10^6 \text{ cm}^2;$$

$$\Sigma_2 = \frac{\pi L (3R^2 + R_0^2) \Omega^2}{2g} = \frac{3,1415 \times 76 (3(12,7)^2 + (10,16)^2) \left(\frac{2 \times 3,1415 \times 15000}{60} \right)^2}{2 \times (980)} = 1,78 \cdot 10^8 \text{ cm}^2$$

$$Q_2 = Q_1 \left(\frac{\Sigma_2}{\Sigma_1} \right) = 8 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \left(\frac{1,78 \cdot 10^8 \text{ cm}^2}{2,21 \cdot 10^6 \text{ cm}^2} \right) = 644,34 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \frac{1\text{L}}{10^3 \text{ cm}^3} \frac{3600\text{s}}{1\text{h}} = 2319,64 \frac{\text{L}}{\text{h}}$$

Note que: $\Sigma_2 = 1,78 \cdot 10^8 \text{ cm}^2$, aproximadamente uma área de

$\rightarrow 2 \times \sqrt{\Sigma} = \sqrt{BL} = 1,78 \cdot 10^4 = 78 \times 100\text{m}$ (1 campo de futebol) para fazer o mesmo serviço (mesmo Q_2).



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



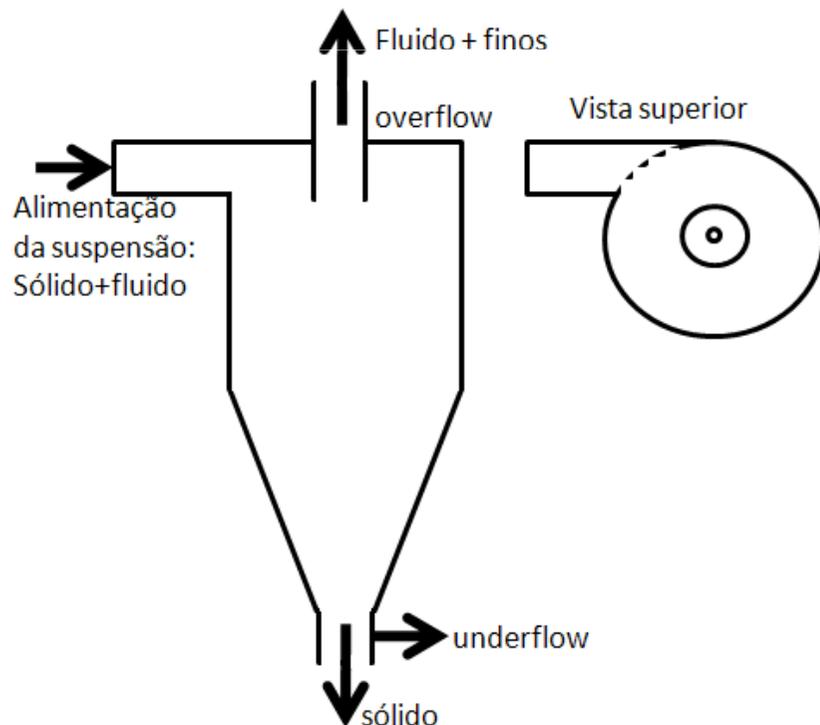
7 – Ciclones e Hidrociclones

São equipamentos de separação no campo centrífugo, muito mais baratos que a centrífuga (que é usada para causas mais nobres). São equipamentos econômicos e eficientes, com custos de fabricação e operação bem baixos. Estes equipamentos são de ocorrência muito comum nas indústrias de processamento químico.

Ciclone → separação gás-sólido

Hidrociclone → separação líquido-sólido, líquido-líquido, etc.

O fluido tem um movimento de rotação devido a geometria do equipamento (cria um campo centrífugo). O fluido entra tangencialmente em relação a parte cilíndrica, induzido pela energia de pressão e as partículas tendem a se movimentar para a parede do ciclone, onde são conduzidas para um receptor.



Exemplos:

Bunge hidrociclones com $D_c=1\text{in}$, pequenos.

Satipel ciclones com $D_c=1\text{m}$ e altura de 4 m, grandes.

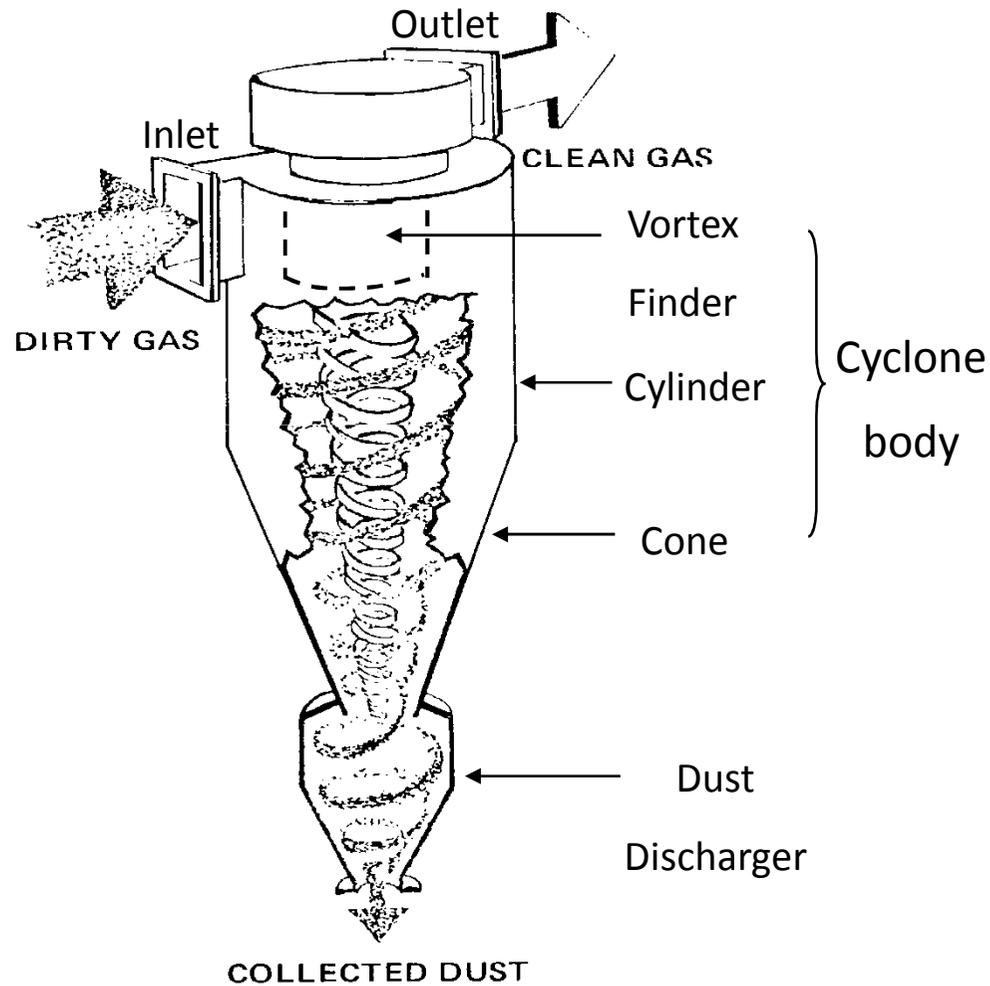
Aplicações:

Ciclones: separação de partículas de gás sujo, ou acoplados a transportadores pneumáticos, etc.

Nos hidrociclones a parte cilíndrica geralmente possui alturas pequenas.

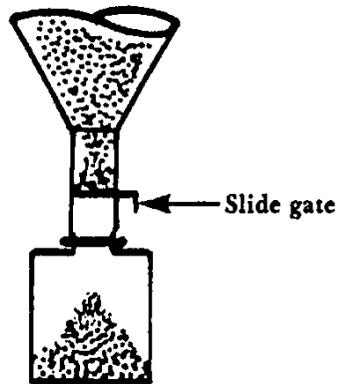


OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

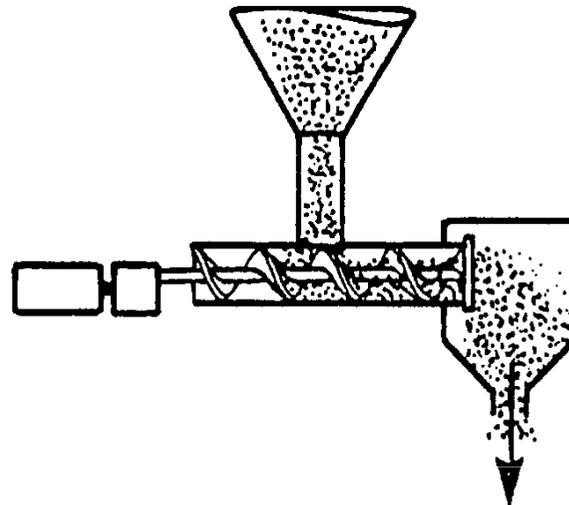




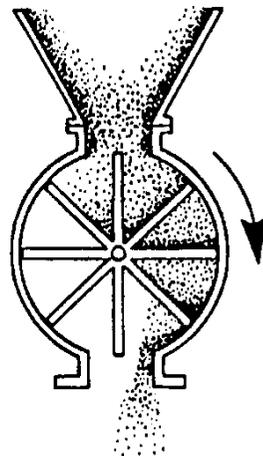
OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



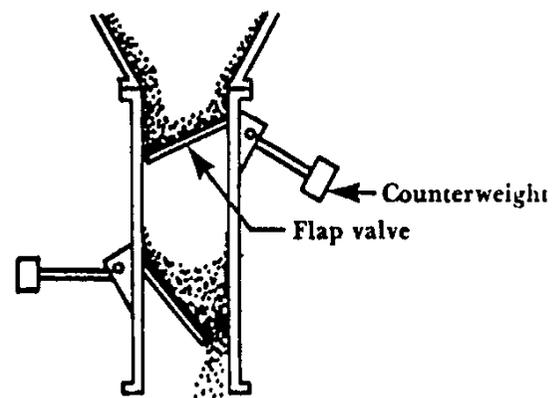
a. Simple manual slide gate



c. Discharge screw feeder



b. Rotary valve



d. Automatic flap valve



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



7.1 – Sistemática Geral – Projeto e análise de desempenho

Ref. Giulio Massarani, Fluidodinâmica em sistemas particulados, 1997

a) Cálculo de d^*

$$\frac{d^*}{D_c} = K \left[\frac{\mu D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right]^{1/2} f(RL)\Gamma$$

O termo: $f(RL)$ é obtido de forma empírica (baseado em resultados experimentais)

este termo representa uma correção ligada ao conceito de eficiência reduzida → neste caso seria diâmetro de corte reduzido.

d^* - diâmetro de corte ($\eta=0,5$)

D_c - diâmetro da parte cilíndrica - caracteriza o ciclone

K - constante específica para cada família (tipo) de ciclone

Q - vazão volumétrica da suspensão na alimentação diâmetro de corte ($\eta=0,5$)

$f(RL)$ - função que leva em conta as relações volumétricas no "underflow" e na alimentação (importante só para hidrociclones), relacionado ao conceito de eficiência reduzida.

Γ - fator que leva em conta a concentração de sólidos na alimentação

$$d^* \Rightarrow D_c \downarrow (\rho_s - \rho) \uparrow Q \uparrow K \downarrow$$

Diâmetro de corte (d^*) é o diâmetro das partículas que são separadas com eficiência de 50%. A palavra corte é usada no sentido que o equipamento dá um verdadeiro corte na divisão de tamanho das partículas a ele alimentadas, estando este ligado às variáveis de operação do equipamento.



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



7.1 – Sistemática Geral – Projeto e análise de desempenho

Ref. Giulio Massarani, Fluidodinâmica em sistemas particulados, 1997

b) Relação vazão-queda de pressão - um ciclone muito eficiente (pequeno) pode levar a uma elevada queda de pressão. Cuidado, a queda de pressão também deve ser considerada na escolha e projeto, não posso pensar somente na eficiência de separação.

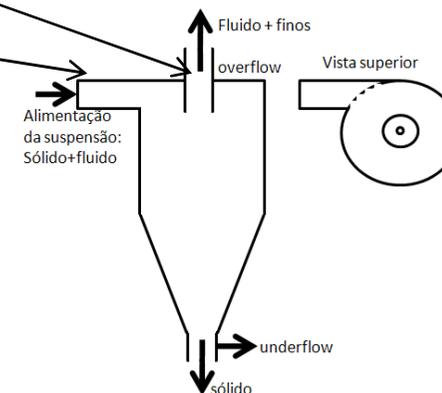
$$\beta = \left[\frac{(-\Delta P)}{\left(\rho \frac{u_c^2}{2} \right)} \right]$$

$\therefore \beta$ – constante adimensional, função do modelo utilizado (número de Euler)

ΔP -queda de pressão medida entre a alimentação e "overflow"

$$u_c = \frac{Q}{\left(\frac{\pi D_c^2}{4} \right)} - \text{velocidade da suspensão na seção cilíndrica}$$

eficiência \uparrow custo \uparrow





OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



7.1 – Sistemática Geral – Projeto e análise de desempenho

Ref. Giulio Massarani, Fluidodinâmica em sistemas particulados, 1997

c) Função eficiência individual de coleta (η) – Específica para cada tipo de equipamento – esta função pode ser definida para cada tipo de separador, a sua determinação pode ser feita com base em dados experimentais.

$$\eta = f\left(\frac{D}{d^*}\right)$$

para cada equipamento tenho uma curva para η

$$\text{se } D = d^* \rightarrow \eta = 0,5$$

a partícula com diâmetro d^* é coletada com eficiência de 50%

$$\left. \begin{array}{l} D < d^* \rightarrow \eta < 0,5 \\ D > d^* \rightarrow \eta > 0,5 \end{array} \right\} \text{então é interessante que } d^* \text{ seja o menor possível}$$

Ciclones Lapple e Stairmand

$$\eta\left(\frac{D}{d^*}\right) = \frac{\left(\frac{D}{d^*}\right)^2}{1 + \left(\frac{D}{d^*}\right)^2}$$

Hidrociclones Rietema e Bradley

$$\eta\left(\frac{D}{d^*}\right) = \frac{e^{\left(\frac{5D}{d^*}\right)} - 1}{e^{\left(\frac{5D}{d^*}\right)} + 146}$$

d) Eficiência Global de coleta ($\bar{\eta}$)

$$\bar{\eta} = \int_0^1 \eta dX = \int_0^\infty \eta \frac{dX}{dD} dD$$

Uma vez conhecido o modelo de distribuição granulométrica eu terei como calcular este termo.

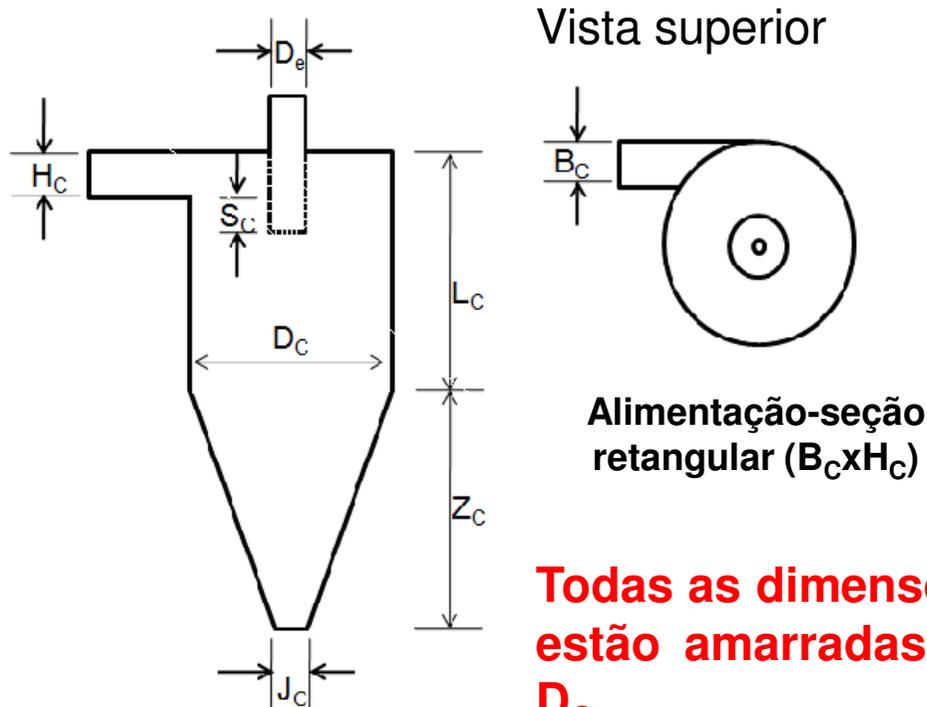


OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



O Ciclone Lapple – Separação Gás-Sólido

Utilização: um dos meios mais baratos de coleta de poeira, do ponto de vista de operação e investimento.



Vista superior

Alimentação-seção retangular ($B_c \times H_c$)

Vista Lateral

Todas as dimensões estão amarradas ao D_c

Ciclone Lapple	
$B_c = \frac{D_c}{4}$	$S_c = \frac{D_c}{8}$
$D_e = \frac{D_c}{2}$	$Z_c = 2D_c$
$H_c = \frac{D_c}{2}$	$J_c = \frac{D_c}{4}$
$L_c = 2D_c$	

Velocidade de alimentação ideal (ótima: relação eficiência x queda de pressão)

$u = \frac{Q}{H_c \times B_c}$	$20 \frac{ft}{s} < u < 70 \frac{ft}{s}$
Velocidade usualmente adotada em projetos	
$u = 50 \frac{ft}{s}$	



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



a) Cálculo de d^* $\frac{d^*}{D_c} = K \left[\frac{\mu D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right]^{1/2} f(RL)\Gamma$ ← Equação original

$\Gamma=1$

$f(R_L)=1 \rightarrow$ (vazão de alimentação \gg vazão volumétrica no *underflow*)

$K=0,095$

Massarani

$$\frac{d^*}{D_c} = 0,095 \left(\frac{\mu D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right)^{1/2}$$

Perry

$$d^* = \left(\frac{9\mu B_c}{10\pi u(\rho_s - \rho)} \right)^{1/2}$$

b) Eficiência de coleta para Ciclone Lapple

D/d*	10	7	5	3	2	1,5	1	0,7	0,5	0,3	0,2
η	0,99	0,98	0,96	0,90	0,80	0,69	0,50	0,33	0,20	0,08	0,04

Massarani (1997) $\eta = \frac{\left(\frac{D}{d^*} \right)^2}{1 + \left(\frac{D}{d^*} \right)^2}$

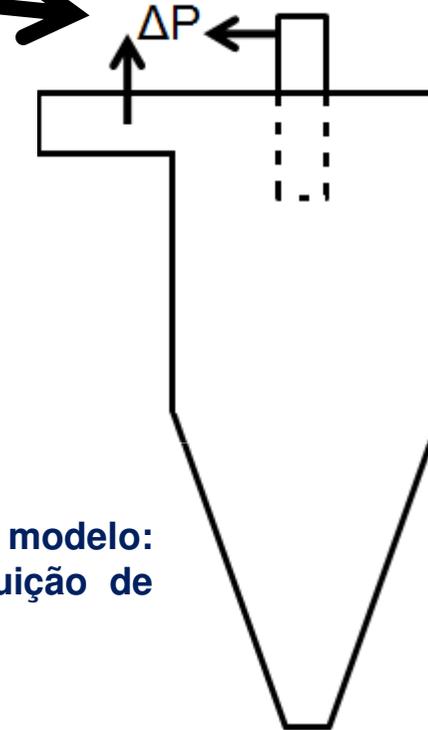


OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



C) Perda de carga entre a alimentação e a descarga de gás

$$\beta = 315 \rightarrow 315 = \left[\frac{(-\Delta P)}{\rho \frac{u_c^2}{2}} \right] \text{ sendo: } u_c = \frac{Q}{\left(\pi \frac{D_c^2}{4} \right)}$$



D) Eficiência de coleta para o Ciclone Lapple

$$\bar{\eta} = \int_0^1 \eta dX = \int_0^\infty \eta \frac{dX}{dD} dX$$

Se conheço o modelo:
tenho a distribuição de
frequência



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Exercício: A companhia Super-São-Gotardo projetou para a Pequena-Uberlândia um ciclone Lapple de diâmetro $D_c=55\text{cm}$, para coletar partícula de um fluxo de ar a 70°C e 1 atm . “Partículas com mais de 20μ são coletadas com eficiência superior a $99,5\%$ ”.

<p>A velocidade do ar na seção de entrada é: $u = 15,24 \frac{\cancel{m}}{s} \times \frac{100\text{cm}}{1\cancel{m}} = 1524 \frac{\text{cm}}{s}$</p> <p>Densidade das partículas sólidas: $\rho_s = 1,05 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$</p> <p>Solução:</p> <p>$D_c = 55\text{cm}$</p> <p>$\rho_{ar(20^\circ\text{C})} = 1,2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$</p> <p>Considerando o gás comportando-se como gás ideal teremos:</p> $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \rho_2 = \rho_1 \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \rho_2 = 1,2 \cdot 10^{-3} \times \frac{293}{343} = 1,025 \cdot 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ <p>(veja no Perry como obter) $\mu = 0,02\text{cP}$</p>	$d^* = \left(\frac{9\mu B_c}{10\pi u (\rho_s - \rho)} \right)^{1/2} = \left(\frac{9 \times 0,02 \cdot 10^{-2} \times 55/4}{10\pi 1524 (1,05 - 1,025 \cdot 10^{-3})} \right)^{1/2}$ $d^* = 7,02\mu \quad \eta\left(\frac{D}{d^*}\right) = \frac{\left(\frac{D}{d^*}\right)^2}{\left[1 + \left(\frac{D}{d^*}\right)^2\right]} \text{ (eficiência individual de coleta)}$ $\frac{D}{d^*} = \frac{20}{7,02} = 2,83 \Rightarrow \eta = \frac{\left(\frac{D}{d^*}\right)^2}{\left[1 + \left(\frac{D}{d^*}\right)^2\right]} = \eta(2,83) = 0,889 \rightarrow 88,9\%$
--	---

O projetista exagerou



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Exercício: Especificar a Bateria de Ciclones Lapple (**quantos e suas dimensões**) para operar com $5500 \text{ ft}^3/\text{min}$ de ar a 600°C e 1 atm contendo cinzas de carvão (densidade de $2,3 \text{ g/cm}^3$)
A eficiência global de coleta deve ser de 80%. A análise granulométrica segue o modelo Log-Normal com parâmetros: $D_{50}=15,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ e $\delta=2,3$

Densidade das partículas sólidas: $\rho_s = 2,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

Solução:

$$\rho_{\text{ar}(20^\circ\text{C})} = 1,2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Considerando o gás comportando-se como gás ideal teremos:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \rho_2 = \rho_1 \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \rho_2 = 1,2 \cdot 10^{-3} \times \frac{293}{(273 + 600)} = 4,03 \cdot 10^{-4} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(veja no Perry como obter) $\mu = 0,036 \text{ cP}$

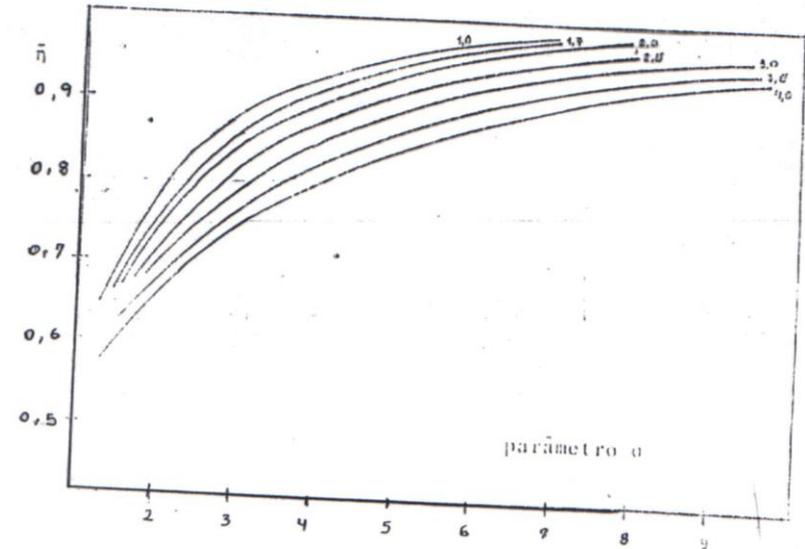


Figura 4 - Desenho do ciclone LAPPLE (Modelo LOG-NORMAL)

Inserir a figura do modelo Log-Normal para o ciclone Lapple



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Exercício: Especificar a Bateria de Ciclones Lapple (**quantos e suas dimensões**) para operar com $5500 \text{ ft}^3/\text{min}$ de ar a 600°C e 1 atm contendo cinzas de carvão (densidade de $2,3\text{g}/\text{cm}^3$)
A eficiência global de coleta deve ser de 80%. A análise granulométrica segue o modelo Log-Normal com parâmetros: $D_{50}=15,5 \cdot 10^{-6}\text{m}$ e $\delta=2,3$

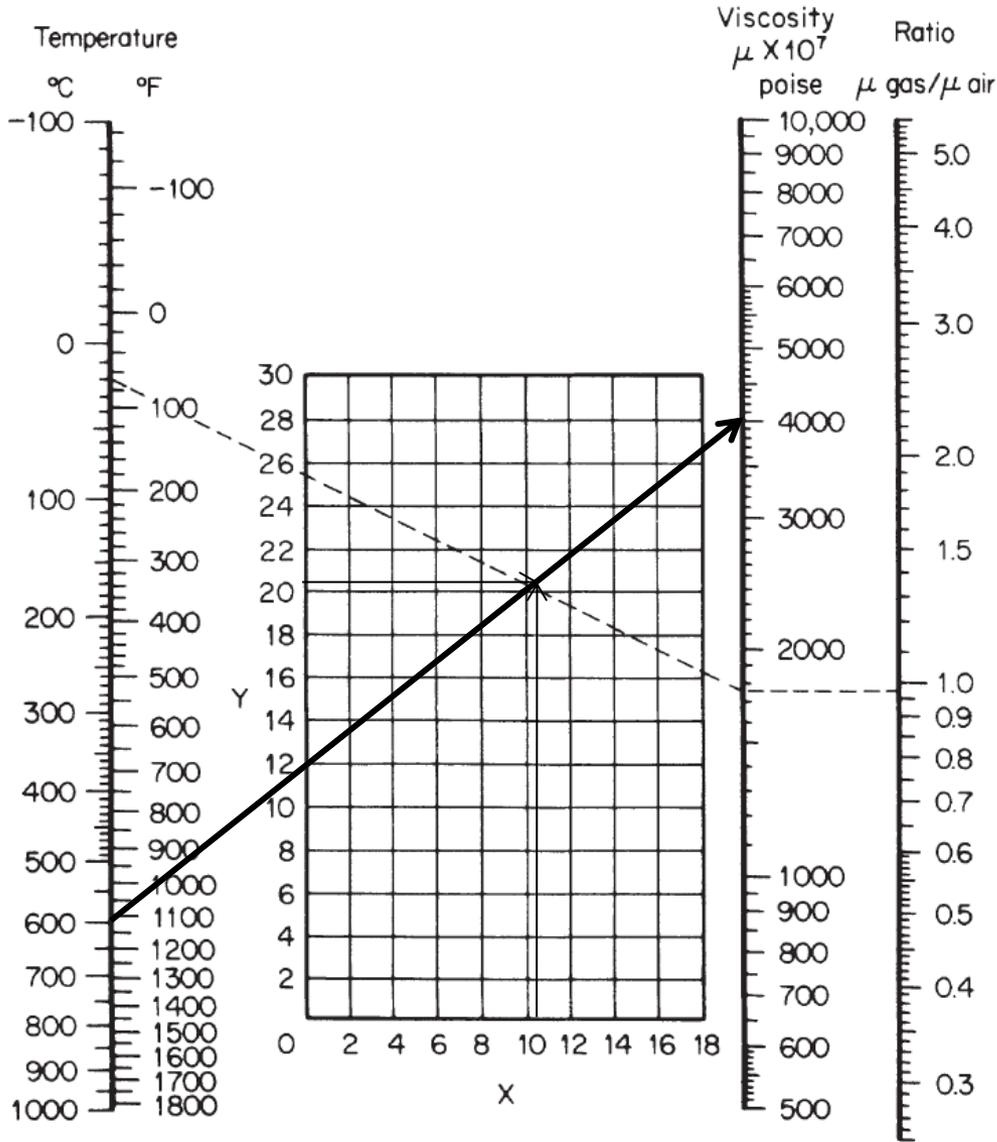
2-320 PHYSICAL AND CHEMICAL DATA

TABLE 2-364 Viscosities of Gases: Coordinates for Use with Fig. 2-32*

Gas	X	Y	$\mu \times 10^7 \text{ p}$	Ref.	Gas
Acetic acid	7.0	14.6	825 (50°C)	1	Hydrogen-sulfur dioxide
Acetone	8.4	13.2	735	1	10% H_2 , 90% SO_2
Acetylene	9.3	15.5	1017	1	20% H_2 , 80% SO_2
→ Air	→ 10.4	→ 20.4	1812	1	50% H_2 , 50% SO_2
Ammonia	8.4	16.0	1000	1	80% H_2 , 20% SO_2
Amylene (β)	8.6	12.2	676	1	Hydrogen bromide
Argon	9.7	22.6	2215	1	Hydrogen chloride
Arsine	8.6	20.0	1576	1	Hydrogen cyanide

TABLE 2-364 Viscosities of Gases: Coordinates for Use with Fig. 2-32*

Gas	X	Y	$\mu \times 10^7$ p	Ref.	Gas
Acetic acid	7.0	14.6	825 (50°C)	1	Hydrogen-sulfur dioxide
Acetone	8.4	13.2	735	1	10% H ₂ , 90% SO ₂
Acetylene	9.7	15.5	1017	1	20% H ₂ , 80% SO ₂
Air	10.4	20.4	1812	1	50% H ₂ , 50% SO ₂
Ammonia	8.4	16.0	1000	1	80% H ₂ , 20% SO ₂
Amylene (β)	8.6	12.2	676	1	Hydrogen bromide
Argon	9.7	22.6	2215	1	Hydrogen chloride
Arsine	8.6	20.0	1576	1	Hydrogen cyanide



A leitura mais precisa daria na verdade 0,04 cP.

Porém, vamos considerar o valor original fornecido pelo problema.

FIG. 2-32 Nomograph for determining (a) absolute viscosity of a gas as a function of temperature near ambient pressure and (b) relative viscosity of a gas compared with air. For coordinates see Table 2-364. To convert poises to pascal-seconds, multiply by 0.1. [From Beerman, Meas. Control, 154-157 (June 1982).]



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Exercício: Especificar a Bateria de Ciclones Lapple (**quantos e suas dimensões**) para operar com $5500 \text{ ft}^3/\text{min}$ de ar a 600°C e 1 atm contendo cinzas de carvão (densidade de $2,3 \text{ g/cm}^3$) A eficiência global de coleta deve ser de 80% . A análise granulométrica segue o modelo Log-Normal com parâmetros: $D_{50}=15,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ e $\delta=2,3$

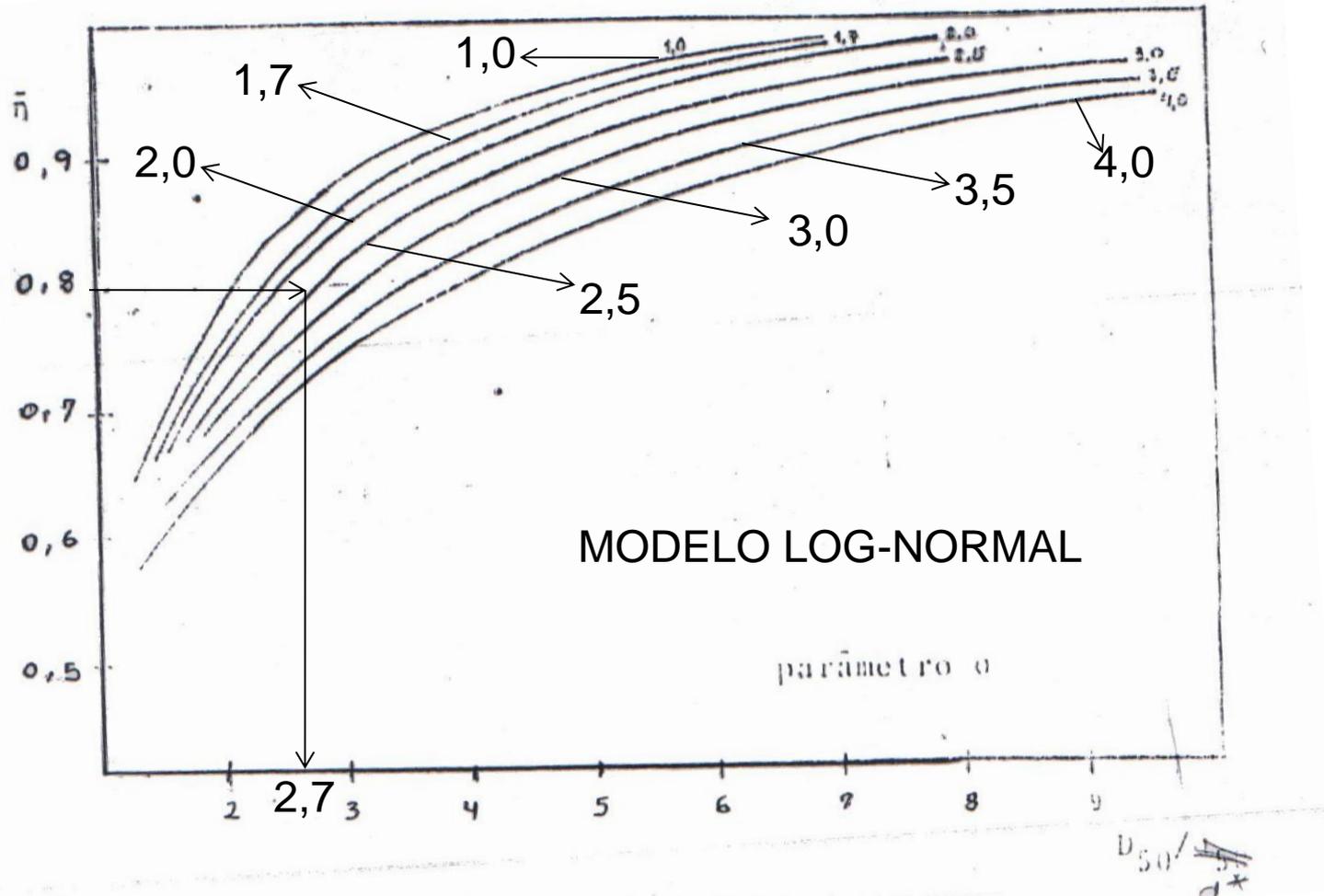


Figura 4 - Diagrama do ciclone LAPPLE (Modelo LOG-NORMAL)



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Exercício: Especificar a Bateria de Ciclones Lapple (**quantos e suas dimensões**) para operar com 5500 ft³/min de ar a 600°C e 1 atm contendo cinzas de carvão (densidade de 2,3g/cm³) A eficiência global de coleta deve ser de 80%. A análise granulométrica segue o modelo Log-Normal com parâmetros: D₅₀=15,5.10⁻⁶m e δ=2,3

Pelo gráfico vimos que, $\frac{D_{50}}{d^*} = 2,7 \Rightarrow d^* = \frac{15,5\mu}{2,7} = 5,74\mu$

Conforme vimos, existe a velocidade ideal proposta para o projeto,

sendo esta: $u_{ideal} = 50 \frac{ft}{s} \times \frac{30,48cm}{1ft} = 1524 \frac{cm}{s}$

$$d^* = \left(\frac{9\mu B_c}{10\pi u (\rho_s - \rho)} \right)^{1/2} = \left(\frac{9 \times 0,036 \cdot 10^{-2} \times B_c}{10\pi 1524 (2,3 \cdot 10^{-3} - 4,03 \cdot 10^{-4})} \right)^{1/2}$$

sendo: $d^* = 5,74\mu$

Resolvendo a expressão anterior temos: $B_c = 11,2cm \rightarrow D_c = 4B_c = 44,8cm$

O número de ciclones pode ser calculado pela relação:

Primeiramente vamos converter:

$$Q = 5500 \frac{ft^3}{min} \times \frac{1 min}{60s} \times \frac{28316,85cm^3}{1 ft^3} = 2595711,25 \frac{cm^3}{s}$$

lembre-se de que: $B_c = \frac{D_c}{4} H_c = \frac{D_c}{2} \Rightarrow B_c H_c = \frac{D_c^2}{8}$

$$n_{ciclones} = \frac{Q}{u B_c H_c} = \frac{Q}{u_c \frac{D_c^2}{4}} = \frac{2595711,25}{1524 \times \left(\frac{44,8^2}{8} \right)}$$

$n_{ciclones} = 6,79_{ciclones} \Rightarrow 7$ CICLONES LAPPLE

Lembre-se que realizamos um cálculo com a velocidade de projeto (Equação Perry), agora devemos recalculer o valor de D_c adotando a expressão em que relaciona D_c e a vazão individual Q₁.

$$Q_1 = \frac{Q}{7} = \frac{2595711,25 \frac{cm^3}{s}}{7} = 370815,89 \frac{cm^3}{s}$$

\Rightarrow ou mais elegante: $Q_1 = 785,7 \frac{ft^3}{s}$

$$\frac{d^*}{D_c} = 0,095 \left(\frac{\mu D_c}{Q_1 (\rho_s - \rho)} \right)^{1/2}$$

Equação de Massarani

$$\frac{d^*}{D_c} = 0,095 \left(\frac{0,036 \cdot 10^{-2} \times D_c}{370815,89 (2,3 \cdot 10^{-3} - 4,03 \cdot 10^{-4})} \right)^{1/2}$$

sendo: $d^* = 5,74\mu$

Resolvendo a expressão anterior obtemos o seguinte valor para D_c = 44,2cm

Sendo assim, é preciso ainda verificar se a velocidade está na faixa indicada para o projeto. Ao calcular verificará que sim. Portanto, iremos optar por uma bateria de 7 ciclones de D_c=44,2cm.

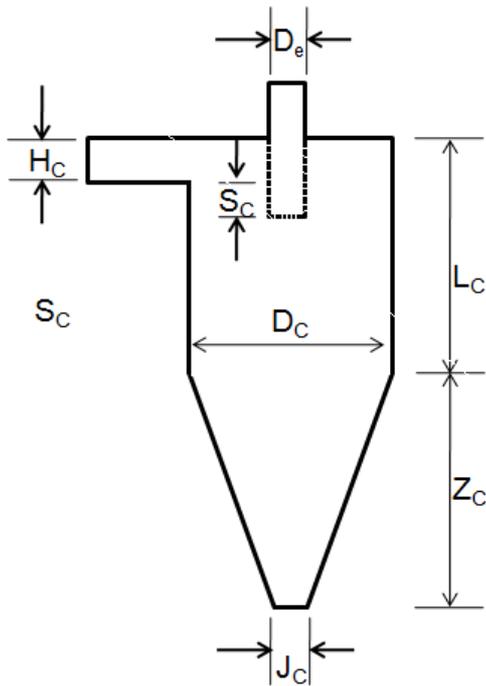


OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



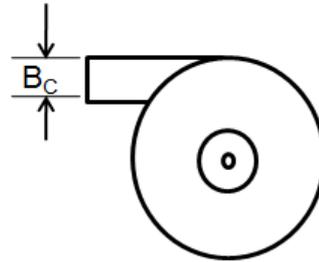
O Ciclone Stairmand – Separação Gás-Sólido

Utilização: um dos meios mais baratos de coleta de poeira, do ponto de vista de operação e investimento.



Vista Lateral

Vista superior



Alimentação-seção retangular ($B_c \times H_c$)

Todas as dimensões estão amarradas ao D_c

Ciclone Stairmand

$$B_c = \frac{D_c}{5} \quad S_c = \frac{D_c}{8}$$

$$D_e = \frac{D_c}{2} \quad Z_c = 2,5 D_c$$

$$H_c = \frac{D_c}{2} \quad J_c = 0,37 D_c$$

$$L_c = 1,5 D_c$$

$$u = \frac{Q}{H_c \times B_c}$$

Faixa de velocidade recomendada

$$10 \frac{m}{s} < u < 30 \frac{m}{s}$$



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



a) Cálculo de d^*

$$P=1$$

$f(R_L)=1 \rightarrow$ (vazão de alimentação \gg vazão volumétrica no *underflow*)

$$K=0,059$$

Massarani

$$\frac{d^*}{D_c} = 0,059 \left(\frac{\mu D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right)^{1/2}$$

b) Eficiência de coleta para Ciclone Stairmand é a mesma usada para o Ciclone Lapple:

$$\text{Massarani (1997)} \quad \eta = \frac{\left(\frac{D}{d^*} \right)^2}{\left[1 + \left(\frac{D}{d^*} \right)^2 \right]}$$



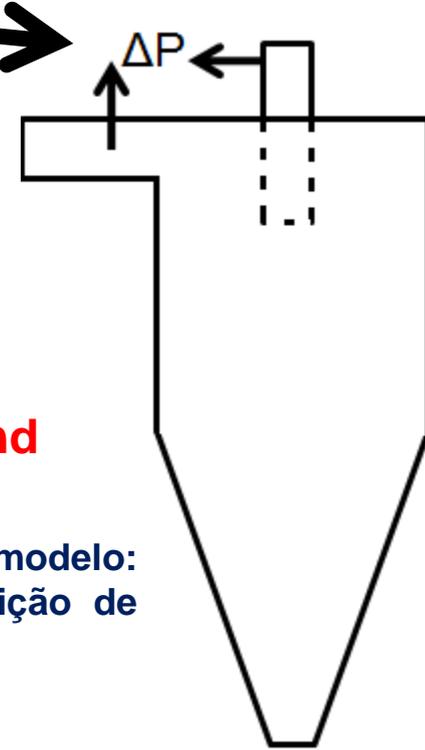
OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



C) Perda de carga entre a alimentação e a descarga de gás

$$\beta = 395 \rightarrow 395 = \left[\frac{(-\Delta P)}{\rho \frac{u_c^2}{2}} \right] \text{ sendo: } u_c = \frac{Q}{\left(\pi \frac{D_c^2}{4} \right)}$$

Note que este é maior que o valor do Ciclone Lapple.



D) Eficiência de coleta para o Ciclone Stairmand

$$\bar{\eta} = \int_0^1 \eta dX = \int_0^{\infty} \eta \frac{dX}{dD} dX$$

Se conheço o modelo:
tenho a distribuição de
frequência

ATENÇÃO REFAÇAM O PRIMEIRO EXERCÍCIO DO CICLONE LAPPLE USANDO A GEOMETRIA E EQUACIONAMENTO DO CICLONE STAIRMAND

4.4. O Hidrociclone

Ref. Svarovsky, Solid-Liquid Separation, cap.6

R.P. Peçanha – “Avaliação e desempenho de hidrociclones”, tese de Msc., COPPE/UFRJ, 1979.

M.A.P. Silva- “Hidrociclones de Bradley, dimensionamento e análise de desempenho”, tese de Msc., COPPE/UFRJ, 1989.

Introdução

A primeira patente de um hidrociclone data de 1891, entretanto, sua utilização industrial só começou por volta do final da década de 40, nas indústrias de extração e processamento de minério.

Desde então, sua utilização foi difundida, sendo atualmente um dos equipamentos de separação mais usados nas indústrias química, petroquímica, têxtil e metalúrgica, entre outras.

4.4 O Hidrociclone

Dentre as principais aplicações dos hidrociclones, pode-se destacar as seguintes:

- a) **Espessamento**- que visa a eliminação da maior parte da água de uma suspensão.
- b) **Deslamagem**- que tem a finalidade de eliminar as partículas mais finas. Isto é frequentemente necessário para melhorar o produto, tendo em vista os tratamentos sucessivos, como flotação, separação magnética úmida, filtração
- c) **Recuperação de sólidos**- de efluentes turvos em equipamentos de lavagem e espessamento.
- d) **Fracionamento**- a separação em duas frações para um tratamento posterior. Um exemplo típico desta aplicação dos hidrociclones é o fracionamento de um concentrado de minério de ferro em alimentação para a sinterização (partículas grossas), e alimentação para a peletização (partículas finas)
- e) **Pré-concentração** – se baseia na diferença de densidade entre os componentes minerais, que podem ser enriquecidos usando hidrociclones.
- f) **Recuperação de líquidos**- se existe a necessidade de reciclar a água de processo ou águas-mães, os hidrociclones podem fornecer uma clarificação satisfatória. 10

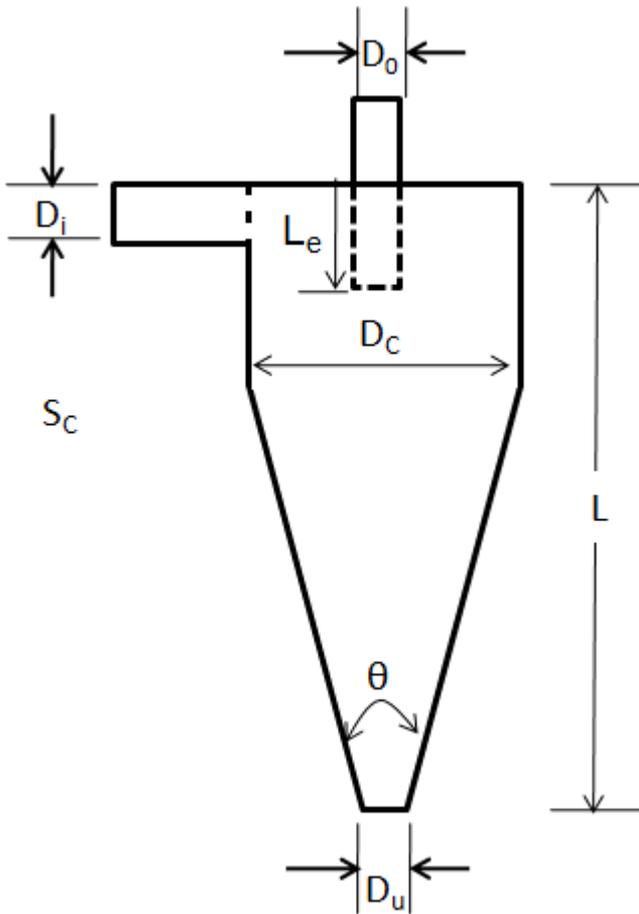
4.4 O Hidrociclone

VANTAGENS DOS HIDROCICLONES

- a) **Simple de construir;**
- b) **Investimento pequeno e pequenos custos de instalação e manutenção;**
- c) **Espaço pequeno para instalação → razão entre a área ocupada por um sedimentador e por um hidrociclone é 10.000 a 100.000.**
- d) **Grandes forças cisalhantes → produzidas internamente, devido ao movimento de camadas concêntricas de fluidos de diferentes velocidades tangenciais. Isto faz com que se quebrem os aglomerados e desta forma, as partículas são classificadas de acordo com o seu tamanho individual.**

Desvantagens: são bastante susceptíveis à abrasão.

4.5 O Hidrociclone CBV/DEMCO



Hidrociclone CBV/DEMCO

$$\frac{D_i}{D_c} = 0,244 \quad \frac{D_o}{D_c} = 0,313$$

$$\frac{L_e}{D_c} = 0,833 \quad \frac{L}{D_c} = 3,9$$

$$\theta = 20^{\circ}$$

O catálogo do fabricante menciona a existência dos seguintes valores de D_c : 2in, 3in, 4in (4H), 8in e 12in

Os valores de ΔP se situam entre:

$$20\text{psi} < \Delta P < 60\text{psi}$$

4.5. O Hidrociclone CBV/DEMCO

a) Cálculo do d^*

$$K=0,056 \quad P = e^{4C_v}$$

$$\text{Equação Geral: } \frac{d^*}{D_c} = K \left[\frac{\mu D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right]^{1/2} f(RL)P$$

Massarani

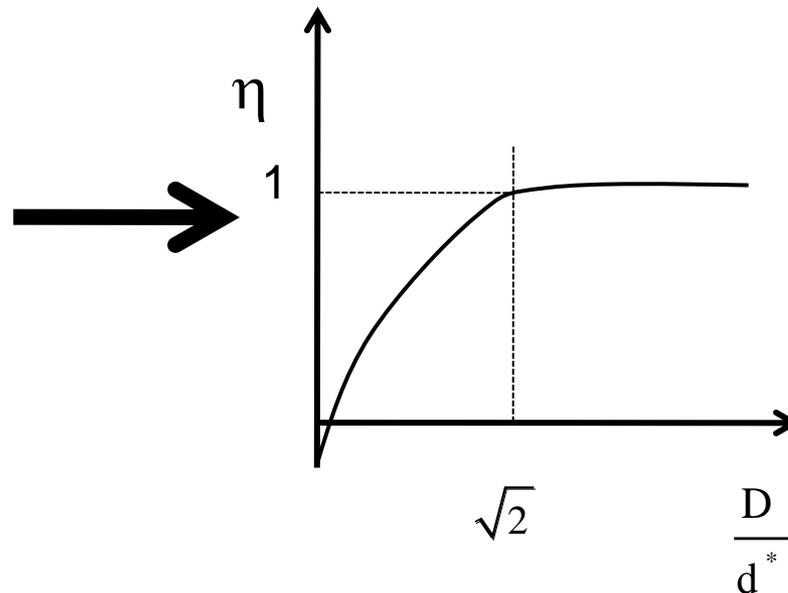
$$\frac{d^*}{D_c} = 0,056 \left(\frac{\mu D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right)^{1/2} e^{4C_v}$$

Concentração volumétrica de sólidos

$$C_v = \frac{\text{volume de sólidos}}{(\text{volume de sólidos} + \text{volume de líquido})}$$

b) Eficiência individual de coleta (Peçanha, 1979):

$$\eta = \begin{cases} 0,5 \left(\frac{D}{d^*} \right)^2 & ; \quad \frac{D}{d^*} < \sqrt{2} \\ 1 & ; \quad \frac{D}{d^*} \geq \sqrt{2} \end{cases}$$



4.5. O Hidrociclone CBV/DEMCO

c) Eficiência Global de coleta:

$$\bar{\eta} = \int_0^1 \eta dX = \int_0^{\infty} \eta \frac{dX}{dD} dD$$

Se conheço o modelo:
tenho a distribuição de
frequência

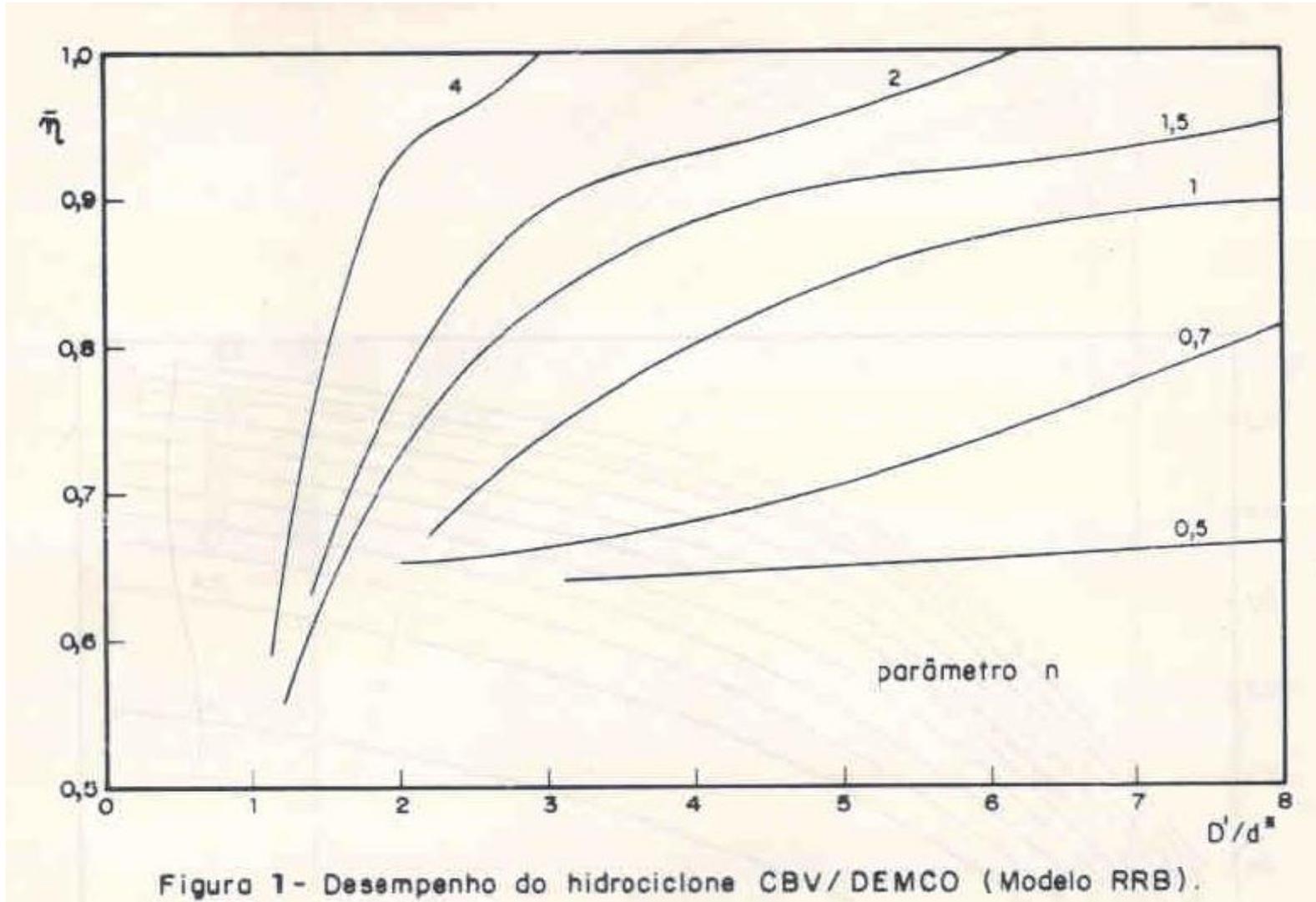
Para o modelo GGS, a solução analítica para o cálculo da eficiência global é facilmente obtida e vale:

$$\bar{\eta} = \frac{m}{2 + (2 + m)} \left(\frac{k}{d^*} \right)^2 ; \quad \frac{k}{d^*} < \sqrt{2}$$

$$\bar{\eta} = 1 - \frac{2^{\left[\frac{(2+m)}{2} \right]}}{(2 + m)} \left(\frac{d^*}{k} \right)^m ; \quad \frac{k}{d^*} \geq \sqrt{2}$$

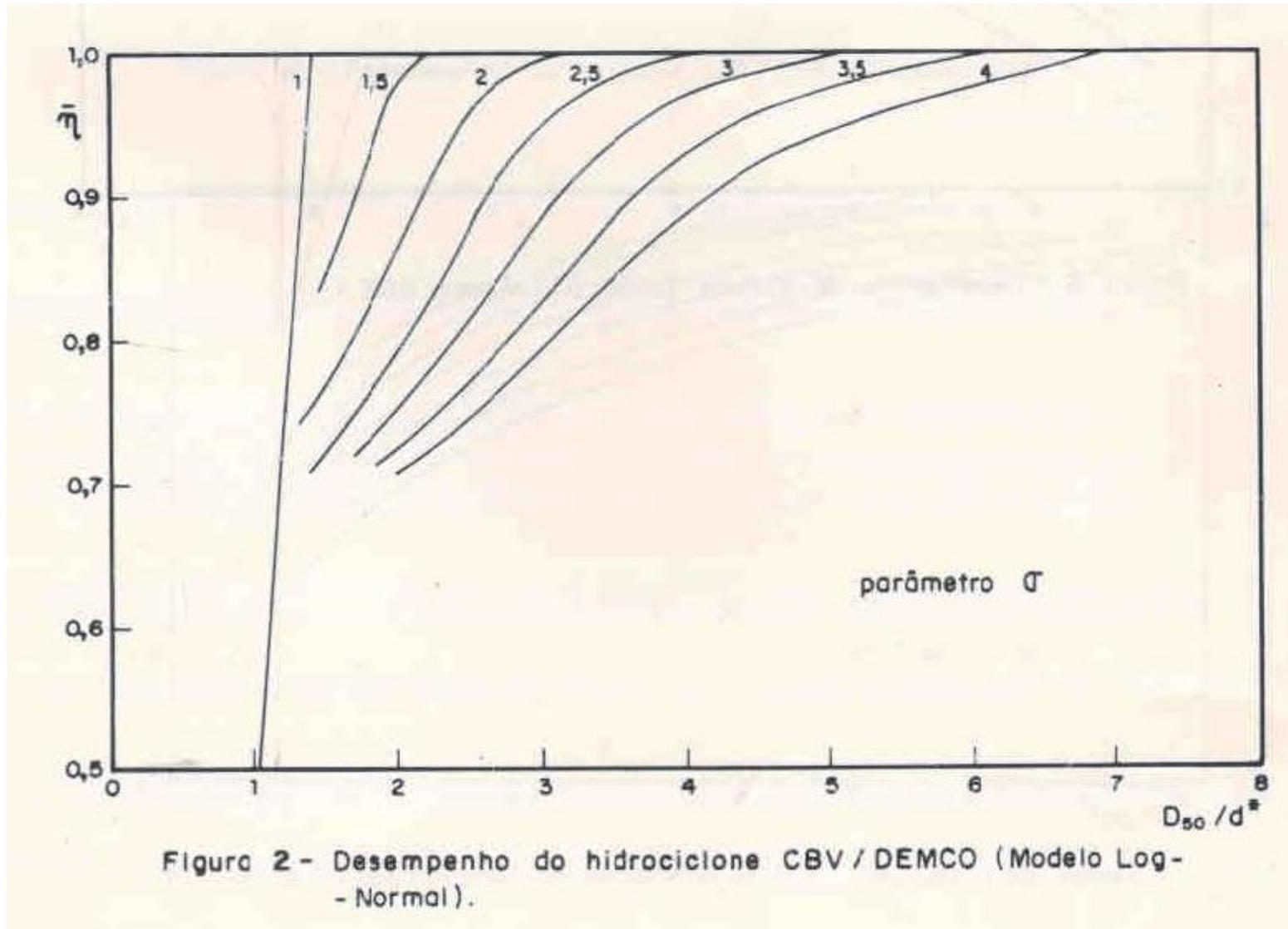
4.5. O Hidrociclone CBV/DEMCO

Eficiência Global de coleta: Modelo RRB



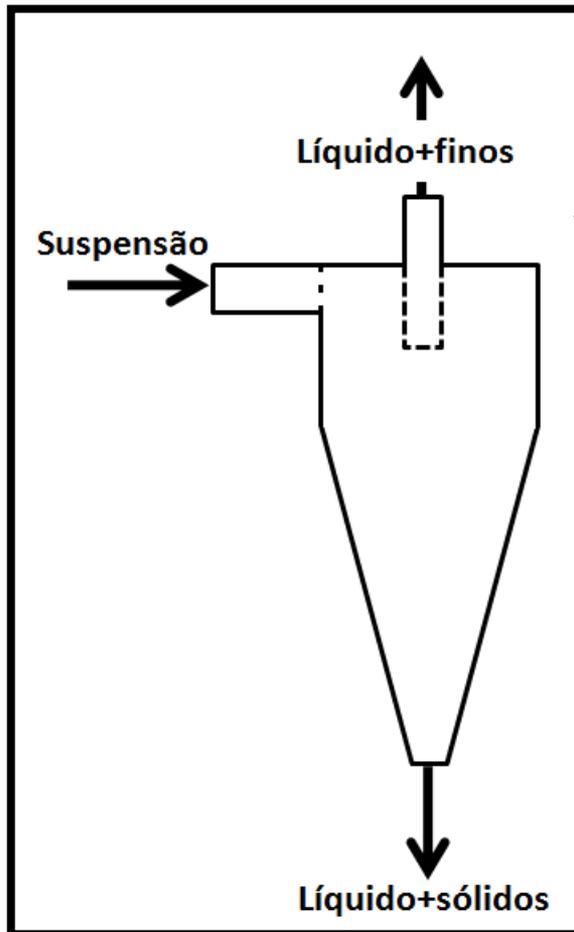
4.5. O Hidrociclone CBV/DEMCO

Eficiência Global de coleta: Modelo Log Normal



4.6. O CONCEITO DE EFICIÊNCIA REDUZIDA

RAZÃO DE LÍQUIDO (R_L) - relação entre as vazões volumétricas de líquido do “underflow” e da alimentação.



$$R_L = \frac{Q_{LU}}{Q_{LA}} = \frac{Q_U (1 - c_{VU})}{Q (1 - c_V)}$$

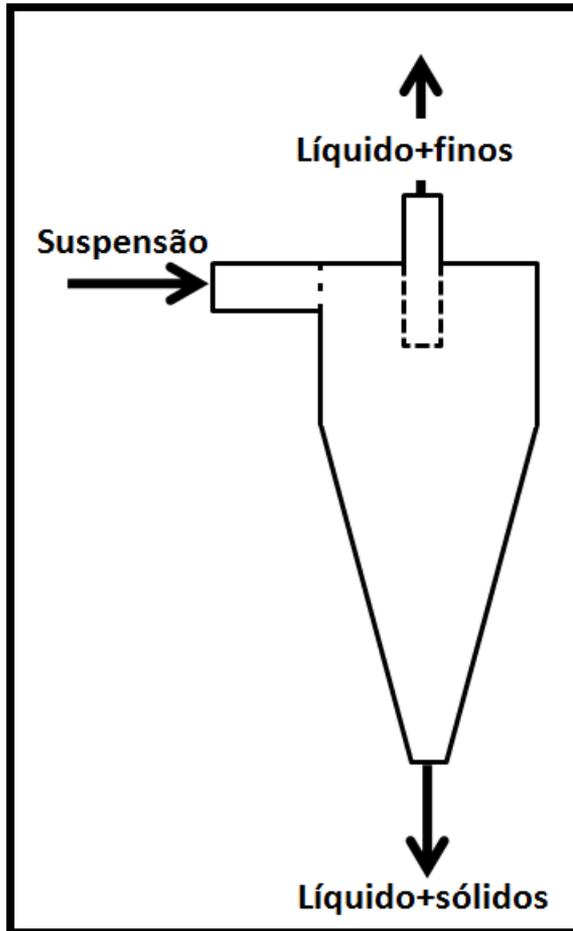
Q_U - vazão volumétrica de suspensão no *underflow*

Q - vazão volumétrica de suspensão na alimentação

c_{VU} - Concentração volumétrica de sólidos na suspensão do *underflow*

c_V - Concentração volumétrica de sólidos na alimentação

4.6. O CONCEITO DE EFICIÊNCIA REDUZIDA



Efeito T

Mesmo que o hidrociclone não esteja separando devido a ação centrífuga, uma certa quantidade de sólidos é removida no underflow, numa razão igual a razão de líquido R_L . Isto acontece porque o hidrociclone age também como um divisor de fluxo, tal como uma conexão “T”.

4.6. O CONCEITO DE EFICIÊNCIA REDUZIDA

Eficiência Global



$$\bar{\eta} = \frac{W_{SU}}{W_S}$$

W_{SU} = vazão mássica de sólidos no underflow

W_S = vazão mássica de sólidos na alimentação

Eficiência Global Reduzida KELSALL

$$\bar{\eta}' = \frac{\bar{\eta} - R_L}{(1 - R_L)} \Rightarrow \bar{\eta} = (1 - R_L) \bar{\eta}' + R_L$$

Eficiência Individual Reduzida

$$\eta' = \frac{\eta - R_L}{(1 - R_L)}$$

Diâmetro de Corte Reduzido, d^{*}

diâmetro da partícula que possui eficiência reduzida de 50%

Assim:

$$\bar{\eta}' = \int_0^1 \eta' dX \Rightarrow \bar{\eta} = (1 - R_L) \left[\int_0^1 \eta' dX \right] + R_L$$



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Exercício: Especificar a bateria de Hidrociclones CBV/DEMCO com Dc de 4 in para operar com 3000 L/min de uma suspensão de barita com concentração de 15% em peso de sólidos. Determinar também a eficiência global de coleta e a potência consumida no bombeamento.

Dados ainda:

Análise granulométrica

D(μ)	8,4	11,1	15,8	21,6	29,4
X	0,18	0,24	0,34	0,49	0,64

Dados:

$$\rho_s = 4,1 \frac{g}{cm^3} \quad Q = 3000 \frac{L}{min}$$

para a água:

$$\rho = 1 \frac{g}{cm^3} \quad \mu = 0,9cP$$

Catálogo da CBV/DEMCO

ΔP(psi)	55	35	25
Q_1 (L/min)	375	300	250



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Exercício: Especificar a bateria de Hidrociclones CBV/DEMCO com Dc de 4 in para operar com 3000 L/min de uma suspensão de barita com concentração de 15% em peso de sólidos. Determinar também a eficiência global de coleta e a potência consumida no bombeamento.

SOLUÇÃO:

A análise granulométrica segue o modelo GGS – veja o cálculo dos parâmetros no *estatística 7*.

Solução:

$$X = \left(\frac{D}{k}\right)^m = \left(\frac{D}{45,5}\right)^{1,02}$$

P1

Cálculo do d^*

$$\frac{d^*}{D_c} = 0,056 \left(\frac{\mu D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right)^{1/2} e^{4C_v}$$

$$D_c = 4 \cancel{\text{in}} \times \frac{2,54 \text{ cm}}{1 \cancel{\text{in}}} = 10,16 \text{ cm}$$

consideremos uma base de cálculo de 100 g da suspensão então teremos: 15% de sólidos em peso, logo: 15g-sólidos e 85g-água. (Observação esta base é apenas para o cálculo de c_v)

$$e^{4C_v} = e^{4 \left(\frac{15/4,1}{15/4,1 + 85/1} \right)} = e^{4 \times 0,041} = 1,178$$

$$\frac{d^*}{10,16} = 0,056 \left(\frac{0,94 \cdot 10^{-2} \cdot 10,16}{Q(4,1-1)} \right)^{1/2} 1,178$$

P2

Está claro que para cada Q obtenho um valor para d^*

Além disso, uma vez conhecidos os parâmetros do modelo (k e m) e o valor de d^* é fácil determinar o valor para eficiência global de coleta, conforme solução analítica apresentada anteriormente.

$$\bar{\eta} = \frac{m}{2 + (2 + m)} \left(\frac{k}{d^*} \right)^2; \quad \frac{k}{d^*} < \sqrt{2}$$

$$\bar{\eta} = 1 - \frac{2^{\left[\frac{(2+m)}{2} \right]}}{(2+m)} \left(\frac{d^*}{k} \right)^2; \quad \frac{k}{d^*} \geq \sqrt{2} \Rightarrow \text{válida para este caso}$$



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Exercício: Especificar a bateria de Hidrociclones CBV/DEMCO com Dc de 4 in para operar com 3000 L/min de uma suspensão de barita com concentração de 15% em peso de sólidos. Determinar também a eficiência global de coleta e a potência consumida no bombeamento.

SOLUÇÃO:

$$\frac{d^*}{10,16} = 0,056 \left(\frac{0,94 \cdot 10^{-2} \cdot 10,16}{Q(4,1-1)} \right)^{1/2} \cdot 1,178$$

$$\bar{\eta} = 1 - \frac{2^{\left[\frac{(2+m)}{2}\right]}}{(2+m)} \left(\frac{d^*}{k} \right)^2 ; \quad \frac{D}{d^*} \geq \sqrt{2}$$

Lembre-se que potência é calculada como:

$$Pot = \left(\frac{Q \times \Delta P}{\eta_{\text{eficiencia da bomba}}} \right) \quad P3$$

Resultado final dos cálculos:

ΔP (psi)	Q_1 (L/min)	d^* (μ)	$\bar{\eta}$	nº de hidrociclones	Pot(hp)
55	375	14,9	69,9	8	38,5
35	300	16,7	66,2	10	24,5
25	250	18,3	62,9	12	17,5

Valores baseados em informações do catálogo do fabricante.

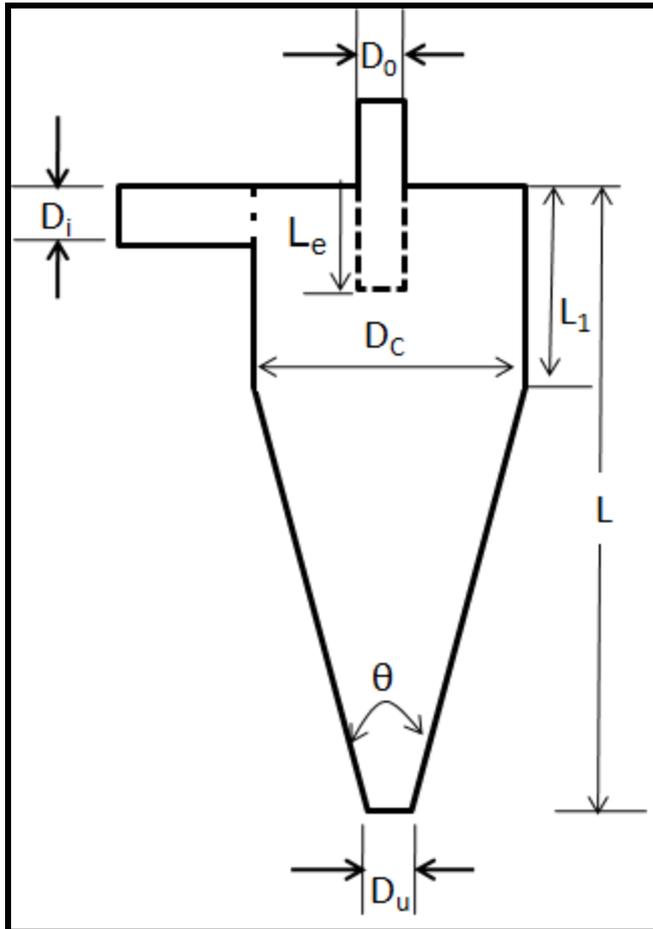
1. Menor número de hidrociclones – menor investimento
2. Menor potência da bomba- menor investimento e menor custo de operação
3. A eficiência pode ser limitante



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



O HIDROCICLONE BRADLEY



Hidrociclone BRADLEY

$$D_i = \frac{D_c}{7} \quad D_o = \frac{D_c}{5}$$

$$L_e = \frac{D_c}{3} \quad L = 6,8 D_c$$

$$\theta = 9^{\circ} \quad L_1 = \frac{D_c}{2}$$



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



a) Cálculo do d^{*}

$$K=0,016$$

$$P = e^{4C_V}$$

$$f(R_L) = \frac{1}{[1 + 1,73R_L]}$$

$$R_L = 54,6 \left(\frac{D_U}{D_C} \right)^{2,61} \Rightarrow \text{Relação empírica } D_U \uparrow R_L \uparrow d^{*} \downarrow$$

Massarani

$$\frac{d^{*}}{D_c} = 0,016 \left(\frac{\mu D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right)^{1/2} \frac{1}{[1 + 1,73R_L]} e^{4,5C_V}$$

Concentração volumétrica de sólidos

$$C_V = \frac{\text{volume de sólidos}}{(\text{volume de sólidos} + \text{volume de líquido})}$$

b) Eficiência INDIVIDUAL de coleta REDUZIDA

$$\eta' = 1 - e^{-\left[0,88 \frac{D}{d^{*}}\right]^{2,35}}$$

c) Eficiência GLOBAL de coleta REDUZIDA

$$\bar{\eta}' = \int_0^1 \eta' dX \Rightarrow \text{Consulte a tabela da próxima página}$$

Para o caso específico do modelo RRB, esta possui a seguinte solução analítica:

$$\bar{\eta}' = \frac{\left(\frac{1,13n}{0,138 + n} \right) \left(\frac{D'}{d^{*}} \right)}{\left[1,44 - 0,279n + \left(\frac{D'}{d^{*}} \right) \right]}$$

$$\bar{\eta} = (1 - R_L) \left[\int_0^1 \eta' dX \right] + R_L$$

d) Perda de carga entre a Alimentação e a descarga do gás?

$$\beta = 7000$$

$$\rightarrow 7000 = \left[\frac{(-\Delta P)}{\rho \frac{u_c^2}{2}} \right] \text{ sendo: } u_c = \frac{Q}{\left(\pi \frac{D_c^2}{4} \right)}$$



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



EXERCÍCIO: Deseja-se estimar a concentração em g/L de sólidos no *underflow* de uma suspensão aquosa de barita (concentração_{alimentação}=180g-sólidos/L-suspensão) que pode ser obtida na operação de uma bateria de hidrociclones de BRADLEY, em paralelo, com 5 cm de diâmetro, operando a uma queda de pressão de 5 atm e com $D_u/D_c=0,15$.

A análise granulométrica da alimentação é dada por:

$$X = 1 - e^{-\left(\frac{D}{12}\right)^{1,5}} \rightarrow D \text{ deve ser fornecido em } \mu$$

→ é evidente que se trata do modelo RRB

Dados:

$$\rho_s = 4,2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \rho = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \mu = 0,8 \text{ cP}$$

SOLUÇÃO:

Da equação para queda de pressão temos:

$$7000 = \left[\frac{(-\Delta P)}{\rho \frac{u_c^2}{2}} \right] \text{ sendo: } u_c = \frac{Q}{\left(\pi \frac{D_c^2}{4} \right)}$$

$$u_c = \sqrt{\frac{(-\Delta P)}{\rho \frac{7000}{2}}} = \sqrt{\frac{5 \text{ atm} \cdot \frac{1,013 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{1 \text{ atm}}}{1 \cdot \frac{7000}{2}}} = 38,04 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$Q = u_c \left(\pi \frac{D_c^2}{4} \right) = 38,04 \left(3,1415 \frac{(5)^2}{4} \right) = 746,9 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

P1

$$\frac{d^{*'}}{D_c} = 0,016 \left(\frac{\mu D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right)^{1/2} \frac{1}{[1 + 1,73 R_L]} e^{4,5 c_v} \quad \text{P2}$$

$$R_L = 54,6 \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{2,61} \Rightarrow R_L = 54,6 (0,15)^{2,61} = 0,386$$

Adotando uma base de cálculo 1L de solução: $c_v = \frac{(180/4,2) \text{ cm}^3}{1000 \text{ cm}^3} = 0,0429$

$$d^{*'} = 5 \times 0,016 \left(\frac{0,8 \cdot 10^{-2} \times 5}{746,9 (4,2 - 1,0)} \right)^{1/2} \frac{1}{[1 + 1,73 (0,386)]} e^{4,5 \times 0,0429} = 2,4 \mu$$



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



EXERCÍCIO: Deseja-se estimar a concentração em g/L de sólidos no *underflow* de uma suspensão aquosa de barita (concentração_{alimentação}=180g-sólidos/L-suspensão) que pode ser obtida na operação de uma bateria de hidrociclones de BRADLEY, em paralelo, com 5 cm de diâmetro, operando a uma queda de pressão de 5 atm e com $Du/Dc=0,15$.

A análise granulométrica da alimentação é dada por:

$$X = 1 - e^{-\left(\frac{D}{12}\right)^{1,5}} \rightarrow D \text{ deve ser fornecido em } \mu$$

→ é evidente que se trata do modelo RRB

Dados:

$$\rho_s = 4,2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \rho = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \mu = 0,8 \text{cP}$$

SOLUÇÃO:

$$\eta' = 1 - e^{-\left[0,88 \frac{D}{d^{*'}}\right]^{2,35}}$$

$$\bar{\eta}' = \int_0^1 \eta' dX \Rightarrow \text{Consulte a tabela da próxima página}$$

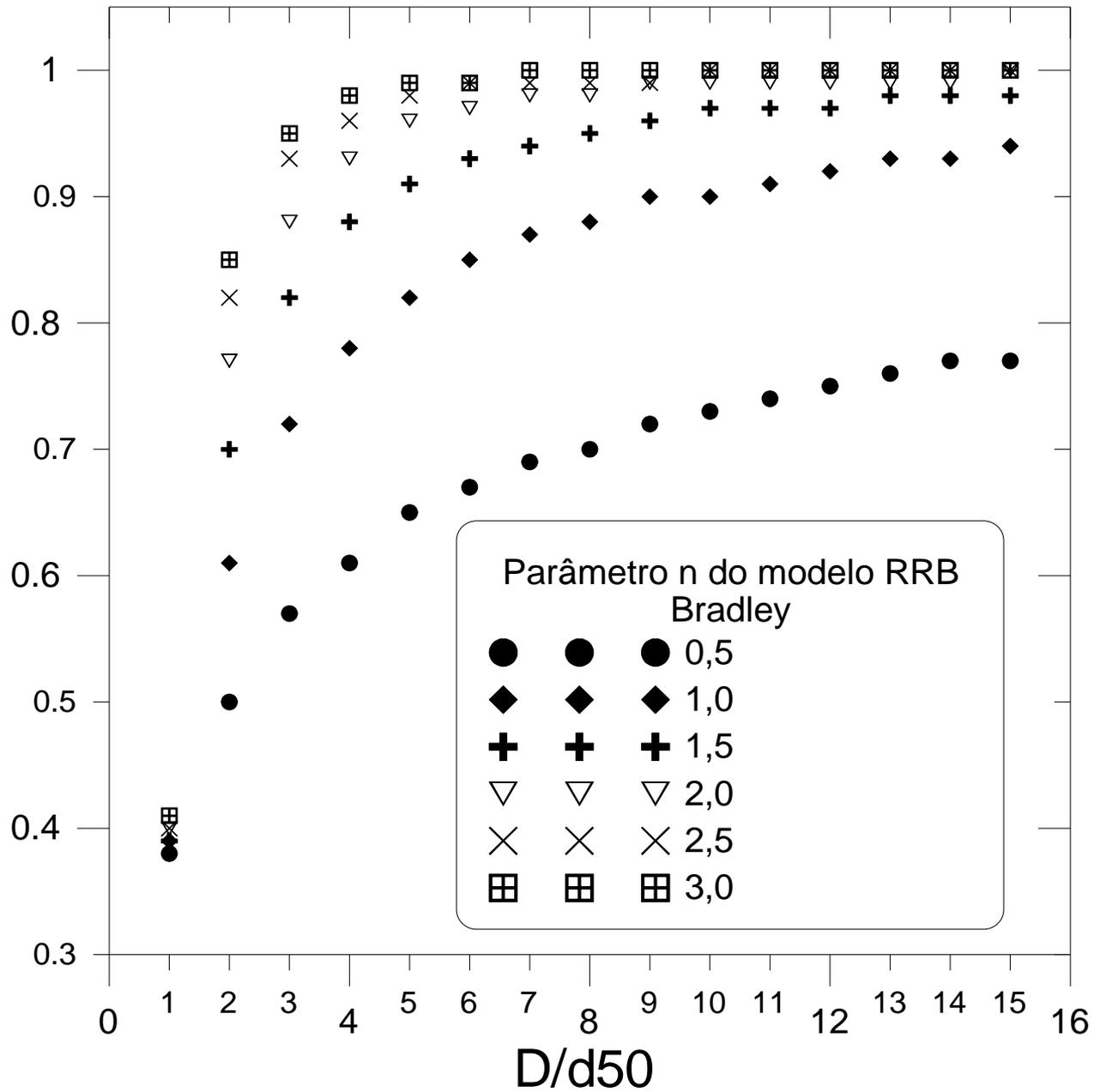
Para o caso específico do modelo RRB, esta possui a seguinte solução analítica:

$$\bar{\eta}' = \frac{\left(\frac{1,13n}{0,138+n}\right)\left(\frac{D'}{d^{*'}}\right)}{\left[1,44 - 0,279n + \left(\frac{D'}{d^{*'}}\right)\right]}$$

$$\bar{\eta} = (1 - R_L) \left[\int_0^1 \eta' dX \right] + R_L$$

Para cada valor de D eu estimo um η' e um X. Daí é possível eu obter o gráfico de η' em função de X. A integral desta função me fornecerá o valor da eficiência global reduzida. Porém, como mencionado anteriormente, eu poderei usar também a expressão calculada para o caso do modelo RRB.

Eficiência Global Reduzida



Valores de n para o Modelo RRB - Hidrociclone Bradley						
D/d50	0,5	1	1,5	2	2,5	3
1	0,38	0,39	0,39	0,4	0,4	0,41
2	0,5	0,61	0,7	0,77	0,82	0,85
3	0,57	0,72	0,82	0,88	0,93	0,95
4	0,61	0,78	0,88	0,93	0,96	0,98
5	0,65	0,82	0,91	0,96	0,98	0,99
6	0,67	0,85	0,93	0,97	0,99	0,99
7	0,69	0,87	0,94	0,98	0,99	1
8	0,7	0,88	0,95	0,98	0,99	1
9	0,72	0,9	0,96	0,99	0,99	1
10	0,73	0,9	0,97	0,99	1	1
11	0,74	0,91	0,97	0,99	1	1
12	0,75	0,92	0,97	0,99	1	1
13	0,76	0,93	0,98	0,99	1	1
14	0,77	0,93	0,98	0,99	1	1
15	0,77	0,94	0,98	1	1	1



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



EXERCÍCIO: Deseja-se estimar a concentração em g/L de sólidos no *underflow* de uma suspensão aquosa de barita (concentração_{alimentação}=180g-sólidos/L-suspensão) que pode ser obtida na operação de uma bateria de hidrociclones de BRADLEY, em paralelo, com 5 cm de diâmetro, operando a uma queda de pressão de 5 atm e com $D_u/D_c=0,15$.

A análise granulométrica da alimentação é dada por:

$$X = 1 - e^{-\left(\frac{D}{12}\right)^{1,5}} \rightarrow D \text{ deve ser fornecido em } \mu$$

SOLUÇÃO:

$$\bar{\eta}' = \int_0^1 \eta' dX \text{ gere o gráfico e mostre que a área vale: } 0,91 \quad \text{P3}$$

Outra alternativa é:

$$\bar{\eta}' = \frac{\left(\frac{1,13n}{0,138+n}\right)\left(\frac{D'}{d^*}\right)}{\left[1,44 - 0,279n + \left(\frac{D'}{d^*}\right)\right]} = \frac{\left(\frac{1,13 \times 1,5}{0,138+1,5}\right)\left(\frac{12}{2,4}\right)}{\left[1,44 - 0,279 \times 1,5 + \left(\frac{12}{2,4}\right)\right]} = 0,86$$

essa não é a melhor opção, use o valor 0,91 conforme solução numérica.

$$\bar{\eta} = (1 - R_L) \left[\int_0^1 \eta' dX \right] + R_L = (1 - 0,386)(0,91) + 0,386 = 0,945$$

Dados:

$$\rho_s = 4,2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \rho = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \mu = 0,8 \text{cP}$$

P4

Vazão volumétrica de líquido na alimentação (Q_{LA})

$$Q_{LA} = Q(1 - c_V) = 746,9(1 - 0,0429) = 714,86 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

Vazão volumétrica de líquido no underflow (Q_{LU})

$$R_L = \frac{Q_{LU}}{Q_{LA}} \Rightarrow 0,386 = \frac{Q_{LU}}{Q_{LA}} \Rightarrow Q_{LU} = 275,94 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

Vazão mássica de sólidos na alimentação (W_{SA})

$$W_{SA} = 180 \frac{\text{g}}{\text{L}} \frac{1 \cancel{\text{L}}}{1000 \cancel{\text{cm}^3}} \times 746,9 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 134,44 \frac{\text{g}}{\text{s}}$$

Vazão mássica de sólidos no underflow (W_{SU})

$$W_{SA} = 0,945 \times 134,44 \frac{\text{g}}{\text{s}} = 127,06 \frac{\text{g}}{\text{s}}$$

Concentração de sólidos $\left(\frac{\text{g}}{\text{L}}\right)$ no underflow (W_{SU})

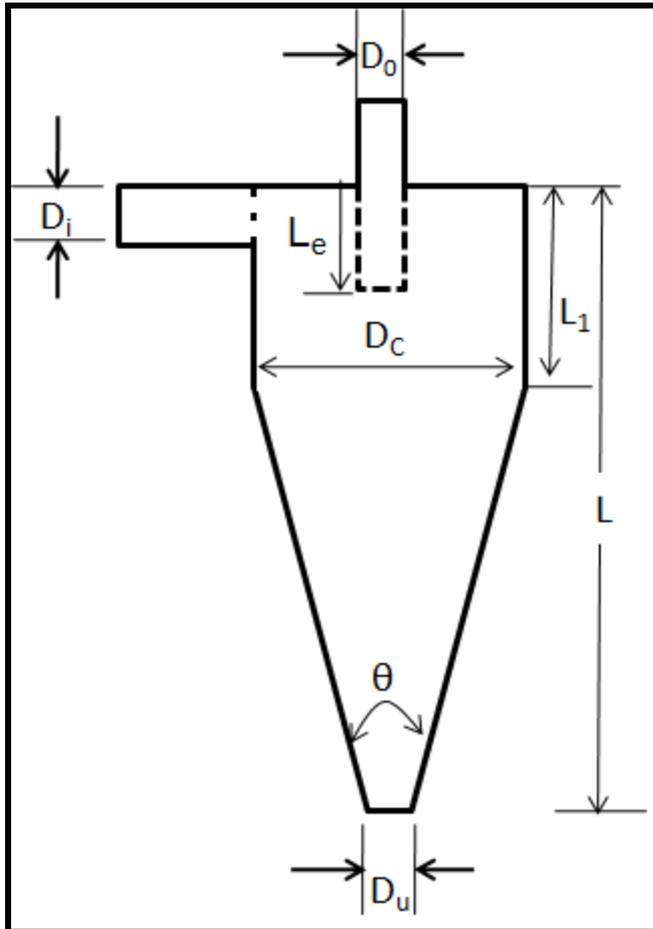
$$c_U = \frac{127,06}{275,94 + \frac{127,06}{4,2}} = 0,415 \frac{\text{g} - \text{sólidos}}{\text{cm}^3 - \text{suspensão}}$$



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



O HIDROCICLONE RIETEMA



Hidrociclone BRADLEY

$$D_i = 0,28 D_c \quad D_o = \frac{D_c}{3}$$

$$L_e = 0,4 D_c \quad L = 5 D_c$$

$$10^0 < \theta < 20^0$$



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



a) Cálculo do d^{*}

$K=0,039$

$$P = e^{4,5C_V} \quad f(R_L) = \frac{1}{[1 + 1,73R_L]}$$

Massarani

$$R_L = 145 \left(\frac{D_U}{D_C} \right)^{4,75} \Rightarrow \text{Relação empírica } D_U \uparrow R_L \uparrow d^{*} \downarrow$$

$$\frac{d^{*}}{D_c} = 0,039 \left(\frac{\mu D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right)^{1/2} \frac{1}{[1 + 1,73R_L]} e^{4,5C_V}$$

Concentração volumétrica de sólidos

$$C_V = \frac{\text{volume de sólidos}}{(\text{volume de sólidos} + \text{volume de líquido})}$$

b) Eficiência INDIVIDUAL de coleta REDUZIDA

$$\eta' = 1 - e^{-\left[0,88 \frac{D}{d^{*}}\right]^{2,35}}$$

c) Eficiência GLOBAL de coleta REDUZIDA

$$\bar{\eta}' = \int_0^1 \eta' dX \Rightarrow \text{Consulte a tabela da próxima página}$$

Para o caso específico do modelo RRB, esta possui a seguinte solução analítica:

$$\bar{\eta}' = \frac{\left(\frac{1,13n}{0,138+n}\right)\left(\frac{D'}{d^{*}}\right)}{\left[1,44 - 0,279n + \left(\frac{D'}{d^{*}}\right)\right]}$$

$$\bar{\eta} = (1 - R_L) \left[\int_0^1 \eta' dX \right] + R_L$$

d) Perda de carga entre a Alimentação e a descarga do gás?

$$\beta = 1200$$

$$\rightarrow 1200 = \left[\frac{(-\Delta P)}{\rho \frac{u_c^2}{2}} \right] \quad \text{sendo: } u_c = \frac{Q}{\left(\pi \frac{D_c^2}{4}\right)}$$



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



EXERCÍCIO: Estuda-se a possibilidade de reduzir o teor de cinzas de um carvão através de separação em hidrociclone operando em fase densa. A alimentação (5% de sólidos em volume) contém 2 partes de carvão para uma de cinza, em massa. Carvão e cinzas apresentam a mesma análise granulométrica: A análise granulométrica é dada por:

$$X = 1 - e^{-\left(\frac{D}{45,4}\right)^{2,5}} \rightarrow D \text{ deve ser fornecido em } \mu$$

Dados:

$$\rho_{\text{cinzas}} = 2,10 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \rho_{\text{carvão}} = 1,25 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho = 1,15 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \mu = 2,7 \text{ cP}$$

Determine o teor de cinzas no concentrado de carvão obtido numa bateria de hidrociclones RIETEMA ($D_c=5\text{cm}$ e $D_u/D_c=0,20$), operando a 4psi. Fornecer a capacidade de cada hidrociclone.

SOLUÇÃO:

Capacidade de cada HIDROCICLONE:

$$1200 = \left[\frac{(-\Delta P)}{\rho \frac{u_c^2}{2}} \right] \text{ sendo: } u_c = \frac{Q}{\left(\pi \frac{D_c^2}{4} \right)}$$

$$u_c = \sqrt{\frac{(-\Delta P)}{\rho \frac{1200}{2}}} = \sqrt{\frac{45 \cancel{\text{psi}} \frac{1 \frac{\text{dina}}{\text{cm}^2}}{1,45 \cdot 10^{-5} \cancel{\text{psi}}}}{1,15 \times \frac{1200}{2}}} = 67,07 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$Q = u_c \left(\pi \frac{D_c^2}{4} \right) = 67,07 \left(3,1415 \frac{(5)^2}{4} \right) = 1317 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

PARA O CARVÃO

$$\frac{d^*}{D_c} = 0,039 \left(\frac{\mu D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right)^{1/2} \frac{1}{[1 + 1,73 R_L]} e^{4,5 c_v}$$

$$R_L = 145 \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{4,75} \Rightarrow R_L = 145 (0,20)^{4,75} = 0,069$$

Adotando uma base de cálculo 1L de solução: $c_v = 0,05$

$$d^* = 5 \times 0,039 \left(\frac{2,7 \cdot 10^{-2} \times 5}{1317 (1,25 - 1,0)} \right)^{1/2} \frac{1}{[1 + 1,73 (0,069)]} e^{4,5 \times 0,05} = 70 \mu$$

$$\bar{\eta}' = \int_0^1 \eta' dX \text{ gere o gráfico e mostre que a área vale: } 0,14$$

$$\bar{\eta} = (1 - R_L) \left[\int_0^1 \eta' dX \right] + R_L = (1 - 0,069)(0,14) + 0,069 = 0,2$$

Para cada valor de D eu estimo um η' e um X. Daí é possível eu obter o gráfico de η' em função de X. A integral desta função me fornecerá o valor da eficiência global reduzida.



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



EXERCÍCIO: Estuda-se a possibilidade de reduzir o teor de cinzas de um carvão através de separação através de separação em hidrociclone operando em fase densa. A alimentação (5% de sólidos em volume) contem 2 partes de carvão para uma de cinza, em massa. Carvão e cinzas apresentam a mesma análise granulométrica:

A análise granulométrica é dada por:

$$X = 1 - e^{-\left(\frac{D}{45,4}\right)^{2,5}} \rightarrow D \text{ deve ser fornecido em } \mu$$

Dados:

$$\rho_{\text{cinzas}} = 2,10 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \rho_{\text{carvão}} = 1,25 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho = 1,15 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad \mu = 2,7 \text{ cP}$$

Determine o teor de cinzas no concentrado de carvão obtido numa bateria de hidrociclones RIETEMA ($D_c=5\text{cm}$ e $D_u/D_c=0,20$), operando a 4psi. Fornecer a capacidade de cada hidrociclone.

SOLUÇÃO:

PARA AS CINZAS

$$\frac{d^*}{D_c} = 0,039 \left(\frac{\mu D_c}{Q(\rho_s - \rho)} \right)^{1/2} \frac{1}{[1 + 1,73 R_L]} e^{4,5 c_v}$$

$$R_L = 145 \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{4,75} \Rightarrow R_L = 145 (0,20)^{4,75} = 0,069$$

Adotando uma base de cálculo 1L de solução: $c_v = 0,05$

$$d^* = 5 \times 0,039 \left(\frac{2,7 \cdot 10^{-2} \times 5}{1317(2,10 - 1,0)} \right)^{1/2} \frac{1}{[1 + 1,73(0,069)]} e^{4,5 \times 0,05} = 22,7 \mu$$

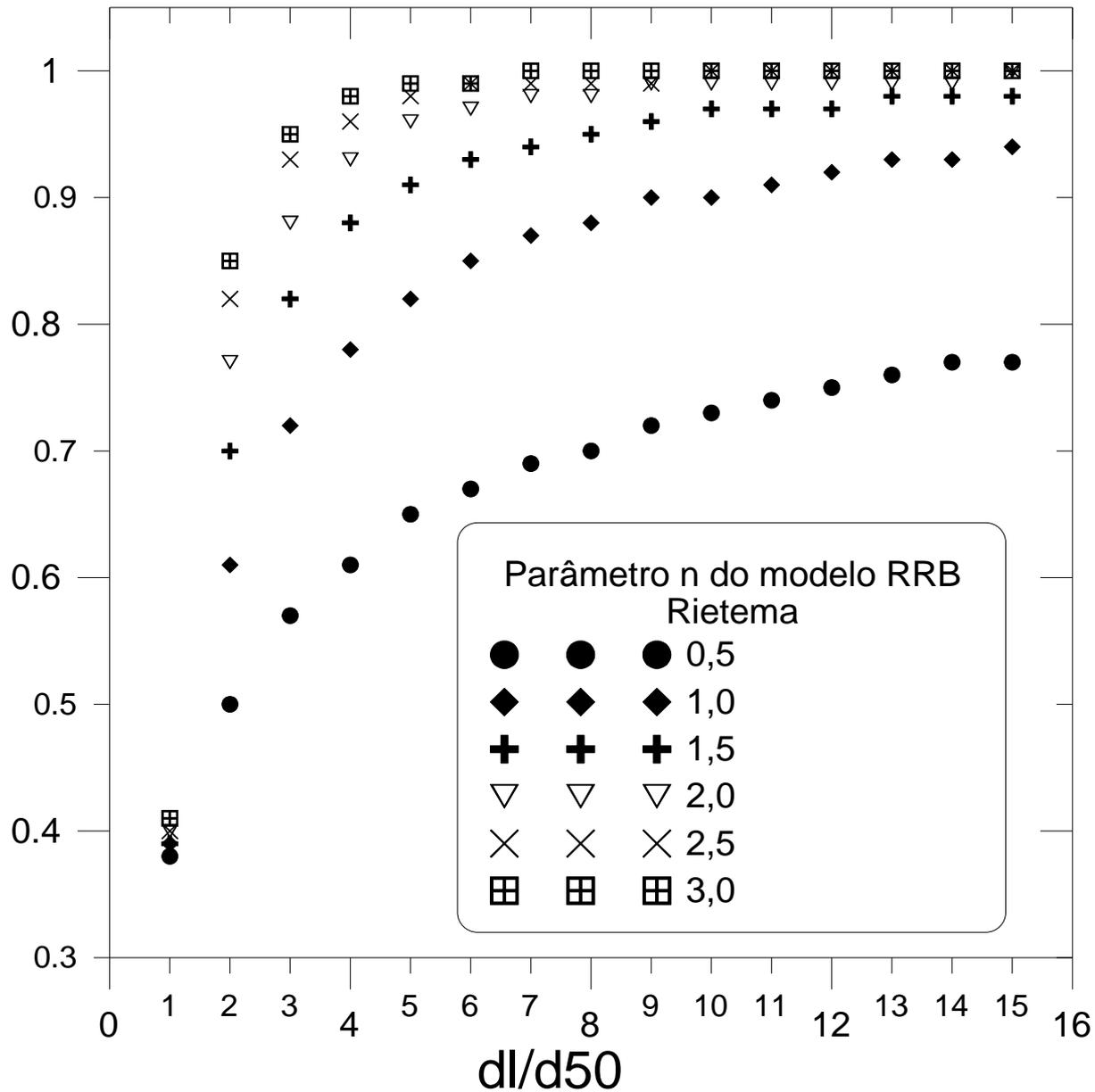
$\bar{\eta}' = \int_0^1 \eta' dX$ gere o gráfico e mostre que a área vale: 0,82 \rightarrow ou consulte a tabela

$$\bar{\eta} = (1 - R_L) \left[\int_0^1 \eta' dX \right] + R_L = (1 - 0,069)(0,81) + 0,069 = 0,83$$

TEOR DE CINZAS NO CONCENTRADO DE CARVÃO (OVERFLOW)

$$\text{teor} = \frac{1 \times (1 - 0,83)}{1 \times (1 - 0,83) + 2 \times (1 - 0,20)} = 0,96 \Rightarrow \square 10\%$$

Eficiência Global Reduzida



sendo dl=> parâmetro do modelo RRB

d_l/d_{50}	Valores de n para o Modelo RRB - Hidrociclone RIETEMA					
	0,5	1	1,5	2	2,5	3
1	0,38	0,39	0,39	0,4	0,4	0,41
2	0,5	0,61	0,7	0,77	0,82	0,85
3	0,57	0,72	0,82	0,88	0,93	0,95
4	0,61	0,78	0,88	0,93	0,96	0,98
5	0,65	0,82	0,91	0,96	0,98	0,99
6	0,67	0,85	0,93	0,97	0,99	0,99
7	0,69	0,87	0,94	0,98	0,99	1
8	0,7	0,88	0,95	0,98	0,99	1
9	0,72	0,9	0,96	0,99	0,99	1
10	0,73	0,9	0,97	0,99	1	1
11	0,74	0,91	0,97	0,99	1	1
12	0,75	0,92	0,97	0,99	1	1
13	0,76	0,93	0,98	0,99	1	1
14	0,77	0,93	0,98	0,99	1	1
15	0,77	0,94	0,98	1	1	1



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



4.9 – Grupos Adimensionais Importantes no Estudo de Hidrociclones

Ref: Svarovsky-”Hydrocyclones”

$$St_{k50} = \frac{2Q}{9\pi D_C^3} \frac{(\rho_s - \rho)}{\mu} d^{*2}$$

$$Eu = \left[\frac{\Delta P}{\rho \frac{u_c^2}{2}} \right]$$

$$Re = \frac{\rho D_C u_c}{\mu} \Rightarrow u_c = \frac{4Q}{\pi D_C^2}$$

$$St_{k50} \times Eu = \frac{2Q}{9\pi D_C^3} \frac{(\rho_s - \rho)}{\mu} d^{*2} \left[\frac{\Delta P}{\rho \left(\frac{4Q}{\pi D_C^2} \right)^2} \right]$$

$$St_{k50} \times Eu = \frac{2 \cancel{Q}}{9 \cancel{\pi} \cancel{D_C^3}} \frac{(\rho_s - \rho)}{\mu \rho} d^{*2} \frac{2 \times \Delta P \left(\cancel{\pi}^{\wedge 1} \cancel{D_C}^{\wedge 1} \right)}{\left(16 \cancel{Q}^{\wedge 1} \right)}$$

$$St_{k50} \times Eu = \frac{(\rho_s - \rho) d^{*2} \Delta P \pi D_C}{36 \mu \rho Q}$$

Correlações da Literatura:

Medronho (RIETEMA)

$$St_{k50} \times Eu = 0,0474 \left[\ln \left(\frac{1}{R_L} \right) \right]^{0,472} e^{(8,96 C_V)}$$

$$Eu = 371,5 Re^{0,116} e^{(-2,12 C_V)}$$

$$R_L = 1218 \left(\frac{D_U}{D_C} \right)^{4,75} Eu^{-0,3}$$

Medronho e Mônica Silva (Bradley)

$$St_{k50} \times Eu = 0,055 \left[\ln \left(\frac{1}{R_L} \right) \right]^{0,66} e^{(12,0 C_V)}$$

$$Eu = 258 Re^{0,37}$$

$$R_L = 1,21 \cdot 10^6 \left(\frac{D_U}{D_C} \right)^{2,63} Eu^{-1,12}$$



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



Em um sistema com escoamento de um fluido é normalmente necessário adicionar energia ao fluido para mantê-lo em escoamento. A energia é fornecida por um equipamento motriz como uma bomba (escoamento de líquidos) ou compressores, ventiladores e sopradores (escoamento de gases).

Esta energia adicionada ao fluido pode compensar as perdas por atrito ou contribuir para um aumento de velocidade, pressão ou altura do fluido.

Gases:

Compressores:

Alcançam de pressões de até 100 psi, com vazões de até 1700 m³/h.

Ventiladores:

Usados em baixas pressões (> 0,5 psi)
Empregados para mover grandes volumes de ar ou gases através de dutos, fornecimento de ar para secagem, remoção de fumaça, torres de resfriamento e outras aplicações que demandam alta vazão e baixa pressão.

Sopradores:

Usados em pressões mais elevadas (até 1,5 psi).
Empregados no fornecimento de ar para fornos e caldeiras.

Ventiladores e sopradores são utilizados para promover ventilação em sistemas de ar condicionado.

Líquidos:

Bombas centrífugas

Bombas tipo propulsor e turbinas

Bombas de deslocamento positivo:

Bombas recíprocas

Bombas pistão

Bombas diafragma

Bombas rotatórias

Bombas parafuso

→ **Helicoidal**

Fonte: Prof. Roger Valeri Daleffe



Compressor



Soprador

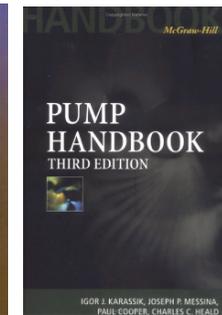


OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



- Ref: - Foust *et all* ; Princípios das Operações Unitárias; Guanabara Dois, 1982, 670 p.
- Macintyre, A.J.; Bombas e Instalações de Bombeamento; Guanabara Dois, 1987, 782 p.
- Moraes Jr., D.; Transporte de Líquidos e Gases; Ed. UFSCar, 1988.
- Editor-in-Chief
- ROBERT L. SANKS, Ph.D., PE, Pumping Station Design Second Edition, 1998.



Pumping Station Design
Second Edition

Editor-in-Chief
ROBERT L. SANKS, Ph.D., PE
Consulting Engineer
and Professor Emeritus
Michigan State University
East Lansing, Michigan

Co-Editors
GEORGE TCHOBANOGLOUS, Ph.D., PE
Consulting Engineer and
Professor Emeritus
University of California at Davis
Davis, California

BAYARD E. BOSSERMAN II, PE
Principal Engineer
Boyle Engineering Corporation
Orange Beach, California

GARR M. JONES, PE
Senior Vice President, Design
Boyle and Caldwell Consultants
Water Creek, California

Definição

Bombas são máquinas geratrizes, cuja finalidade é deslocar líquidos por escoamento. Sendo uma máquina geratriz, transforma o trabalho mecânico que recebe de um motor em energia hidráulica sob as formas que o líquido é capaz de absorver, isto é, energia potencial, de pressão e energia cinética.

Classificação das Bombas

É comum a classificação das bombas segundo o modo pelo qual é realizada a transformação do trabalho mecânico em energia hidráulica, assim como o modo de cedê-la ao líquido, aumentando sua pressão e(ou) sua velocidade. Dessa forma, são classificadas como:

- **Bombas de deslocamento positivo ou volumétricas (partes internas móveis)**
- **Bombas Centrífugas ou turbobombas (aumento da pressão à custa da redução da energia cinética)**



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



	<i>Deslocamento positivo</i>		<i>Turbobomba ou Centrífuga</i>	
	<i>Rotativa</i>	<i>Alternativa</i>	<i>Centrífuga pura ou radial</i>	<i>Propulsora ou Axial</i>
Vazão	Uniforme	Pulsante	Uniforme	Uniforme
Líquidos operados	Viscosos e não abrasivos	Limpos e puros	Limpos, abrasivos, com partículas sólidas	
Viscosidade (SSU)	> 100.000	< 100.000	< 20.000	
Carga ou pressão de descarga	Média (600 [psia])	Baixa a muito alta (> 100.000 [psia])	Baixa a alta (2.200 [psia])	Baixa a média (25 [ft])
Vazão usual ([m ³ /h])	Pequena a média (230)	Pequena (120)	Pequena a alta (700)	Média a muito alta (23.000)

Seconds Saybolt Universal (SSU) = 4,6347 × cSt → (SSU é muito popular em EUA)



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



Bombas	Centrifuga radial	Centrifuga axial	Rotatória, parafuso, engrenagens	Alternativas
Características				
Vazão na descarga	Estacionária	Estacionária	Estacionária	Pulsante
Altura sucção máxima	5 m	5 m	6,5 m	6,5 m
Líquidos	Claros, limpos	Abrasivos, sujos	Viscosos não abrasivos	Limpos e claros
Faixa de pressão	Baixa - alta	Baixa	Baixa- Média	Baixa até máxima
Faixa de vazão	Pequena - máxima	Pequena - máxima	Pequena - média	Pequena



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



BOMBAS

3- Características das Bombas

3.1- Bombas de Deslocamento Positivo

As bombas de deslocamento positivo impelem uma quantidade definida do fluido em cada golpe ou volta do dispositivo. Uma porção de fluido é presa numa câmara, e pela ação de um pistão ou peças rotativas é impulsionado para fora. Desse modo, a energia do elemento rotativo ou pistão é transferida para o fluido. Neste tipo de bombam, após 1 (uma) rotação de seu eixo ou ação do pistão, desloca-se um volume fixo de produto, **independentemente** das condições de pressão na saída, o que não é conseguido nas bombas centrífugas. Entretanto, no bombeamento de líquidos pouco viscosos e a pressões elevadas, mesmo nas bombas de deslocamento positivo, observa-se uma pequena redução na vazão por rotação do eixo, de aproximadamente 10%.

Estas Bombas possuem uma ou mais câmaras, em cujo interior o movimento de um órgão propulsor comunica energia de pressão ao líquido, provocando seu escoamento. Nas bombas de deslocamento positivo existe uma relação constante entre a capacidade de descarga da bomba (em termos de vazão e pressão) e a velocidade do órgão propulsor da bomba. As bombas de deslocamento positivo podem ser alternativas ou rotativas.



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS

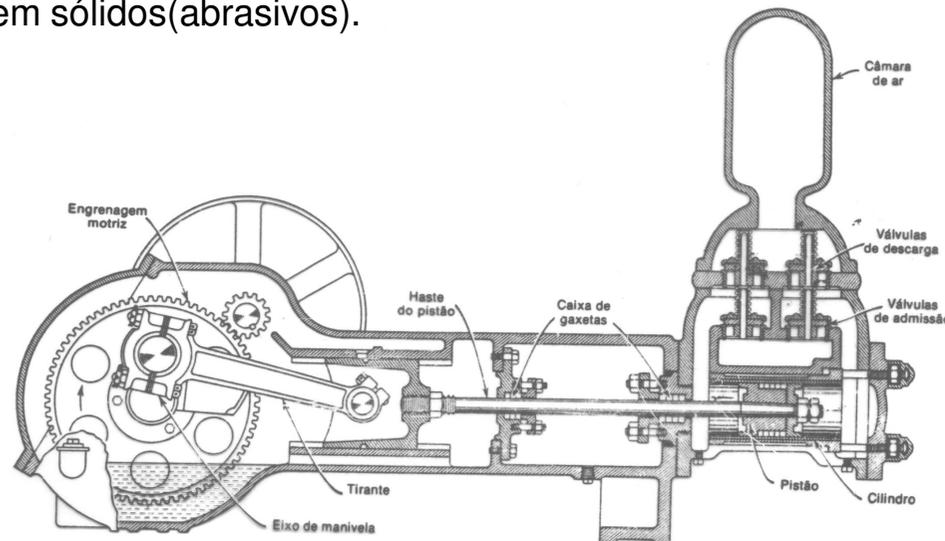


3- Características das Bombas

3.1.1 - Bombas alternativas

As bombas alternativas adicionam energia ao sistema fluido por meio de um pistão (ou de uma membrana flexível (bomba tipo diafragma)) que atua contra um líquido confinado. A taxa de fornecimento do líquido é uma função do volume varrido pelo pistão no cilindro e do número de golpes do pistão por unidade de tempo. O vazão destas bombas depende do movimento de vai e vem do elemento propulsor. Portanto a vazão apresenta um comportamento periódico com tempo.

As bombas alternativas são empregadas em bombeamento de água de alimentação de caldeiras, de óleos e lamas. Entre todos os tipos de bombas, as bombas alternativas são as que imprimem ao fluido as pressões mais elevadas, mas a vazão produzida é relativamente pequena. Não são usadas em líquidos que contêm sólidos(abrasivos).





OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS

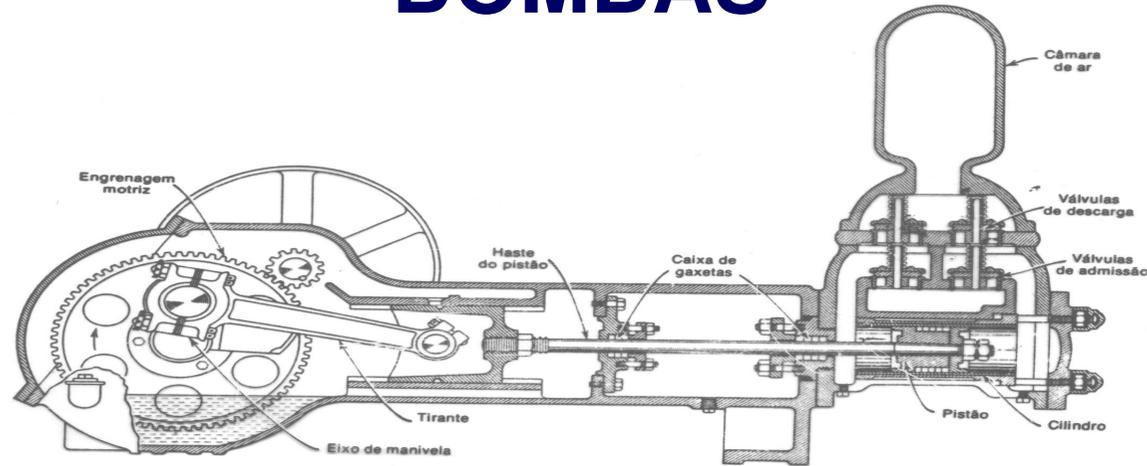


Figura 1 - Esquema de uma bomba alternativa (simplex de duplo efeito)

Para cada golpe do pistão, um volume fixo do líquido é descarregado da bomba. A quantidade de fluido dependerá então, do volume do cilindro e do número de vezes que o pistão se move através do cilindro. A vazão real, entretanto, pode ser menor que o volume total varrido, pois pode haver fugas através do pistão, ou ocorrer o enchimento incompleto do cilindro.

Eficiência volumétrica

A eficiência volumétrica da bomba é definida como a razão entre a descarga real e a descarga baseada no deslocamento do pistão. No caso de bombas bem ajustadas, a eficiência volumétrica pode ser maior que 95%.

Eficiência mecânica

A eficiência mecânica pode ser definida como a razão entre a energia suprida ao fluido pela energia suprida à bomba. Esta eficiência é menor que 100% pois existem perdas provocadas pelo atrito.



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



Classificação das bombas alternativas

As bombas alternativas podem ser de **simples efeito**, quando apenas uma face do êmbolo atua sobre o líquido, e de **duplo efeito**, quando as duas faces atuam. **Simples ou duplo efeito** ⇒ Quando utiliza um ou dois lados de seu volume para impelir o fluido.

São ainda classificadas em: (**duplex, triplex**, etc ⇒ O número de cilindro.)

- Simplex - quando existe apenas uma câmara com pistão ou êmbolo.
- Duplex - quando são dois os pistões ou êmbolos.
- Triplex - quando são três os pistões ou êmbolos.
- Multiplex- quando são quatro ou mais os pistões ou êmbolos.

As bombas alternativas podem ser acionadas pela ação do vapor ou por meios de motores elétricos.

Nas bombas **simplex de simples efeito**, o líquido sai pela válvula de descarga até que ela se feche no final do golpe, quando o pistão para e inverte o seu movimento. Nesse instante, a válvula de admissão se abre e o cilindro se enche, mas não há descarga durante a admissão (veja Figura 2), o resultado é um fluxo intermitente.

A bomba **simplex de duplo efeito** quase elimina os efeitos dos períodos de descarga nula, mas o escoamento ainda cai a zero quando o pistão inverte o seu movimento (veja Figura 2).

Um fluxo ainda mais uniforme é o proveniente de uma bomba **duplex de duplo efeito**. Nesse caso, a descarga de um cilindro está deslocada à metade de um golpe em relação à descarga do outro, de modo que a descarga total sofre menor flutuação.



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS

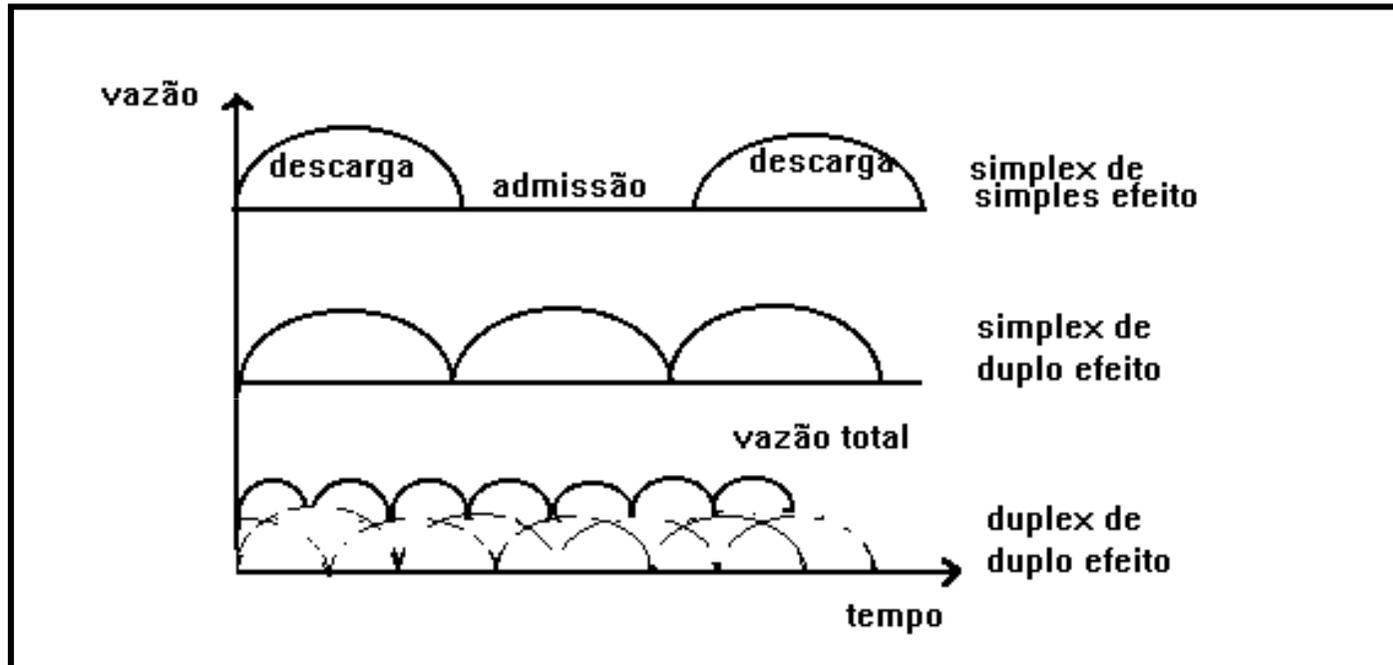


Figura 2 - Curvas de descarga de bombas alternativas



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



As bombas alternativas não têm limite de pressão. São construídas para pressões elevadas, bastando fazer a bomba suficientemente resistente e o motor com a potência necessária.

Apesar de imprimirem ao fluido as pressões mais elevadas entre todos os tipos de bombas, possuem uma capacidade relativamente pequena.

A velocidade do pistão é, em geral, de 12 m/min a 40 m/min, dependendo do curso, que pode variar de 7,5 cm a 60 cm.

O rendimento volumétrico é praticamente constante e oscila de 90% a 100%, portanto, se o curso do pistão for constante, a vazão será quase invariável (a menos que ocorra vazamentos) e não dependerá do sistema e do fluido a ser bombeado.

São recomendadas para bombeamento de óleos, água de alimentação de caldeira e fluidos em geral que não contenha sólidos abrasivos (podem danificar as superfícies torneadas do cilindro e do pistão).

Em virtude de suas características de deslocamento positivo são também usadas dosadoras.



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

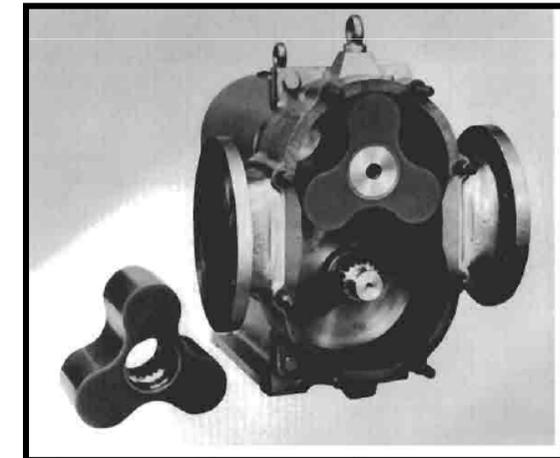
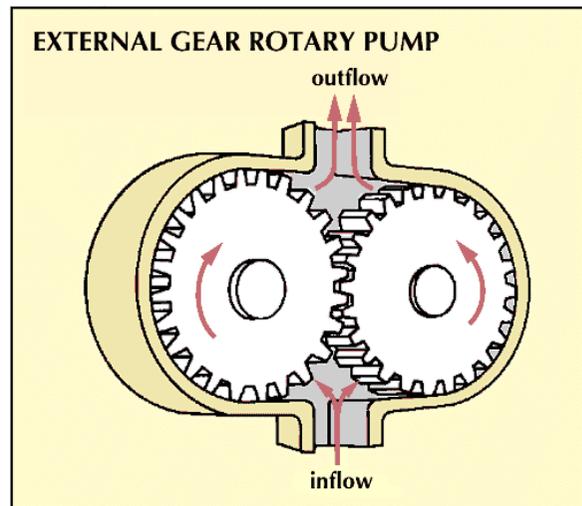
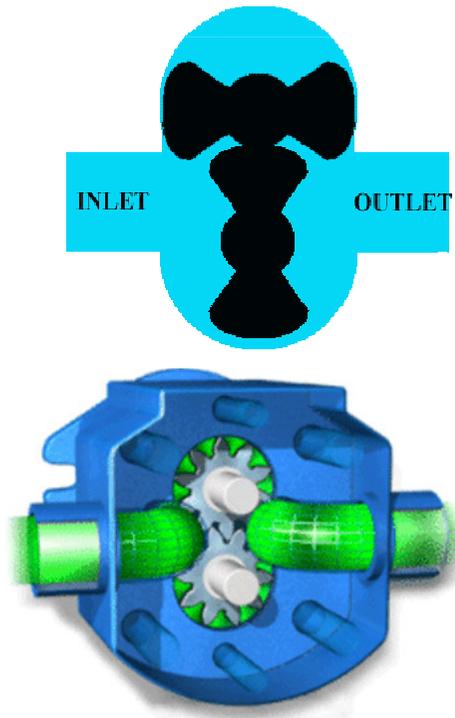
BOMBAS



3.1.2- Bombas rotativas

Nas bombas rotativas (ou rotatórias) o líquido retido no espaço entre os dentes ou entre palhetas deslizantes é deslocado de modo contínuo pelo movimento de rotação desde a entrada até a saída da bomba.

As bombas rotativas são usadas com líquidos de quaisquer viscosidades, desde que não contenham sólidos abrasivos. Entre os líquidos que são bombeados por bombas rotatórias estão os óleos minerais, vegetais e animais, gorduras, glicose, melação, tintas, vernizes, maionese, bronzeadores.



ra 3 - Esquema de uma bomba rotativa (engrenagem)

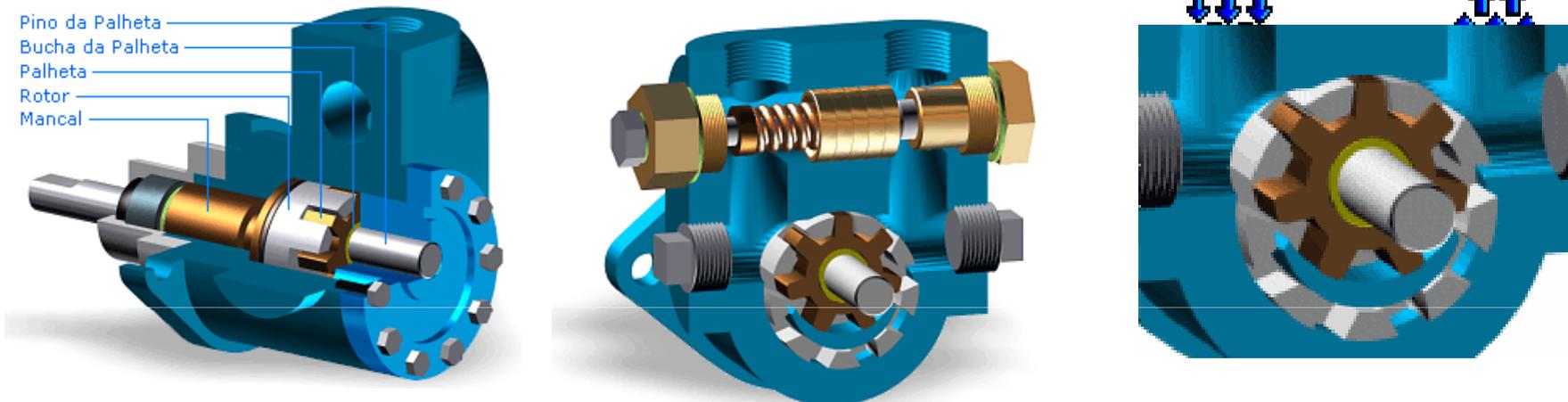


OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



BOMBAS

3.1.3- Bombas Rotativas de Deslocamento Positivo



(Fonte: <http://www.rzrbombas.com.br/tecnologia.htm#bdesloc> -25/02/08)

O princípio de funcionamento das bombas RZR acima baseia-se no deslocamento da engrenagem interna (palheta) em relação à engrenagem externa (rotor), isto é, a engrenagem interna gira excentricamente ao eixo da bomba.

Na entrada da bomba são formadas câmaras de sucção, entre os dentes da palheta e os dentes do rotor, que puxam o líquido para dentro da bomba.

Logo após, o fluxo de líquido é dividido pela meia-lua, que é fixa.

Parte do fluxo é conduzida entre os dentes da palheta e a outra parte é conduzida entre os dentes do rotor. A meia-lua funciona como vedação entre a saída e a entrada da bomba.

Na etapa final, a palheta e o rotor voltam a se engrenar, reduzindo os espaços entre os dentes das engrenagens e expulsando o líquido pela conexão de saída da bomba.



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



3.2 - Bombas Centrífugas

As bombas centrífugas são sem dúvida, as mais usadas na indústria de processos, em virtude da simplicidade do modelo, do pequeno custo, da manutenção barata e da flexibilidade de aplicação (ampla faixa de vazão e queda de pressão).

As bombas centrífugas são caracterizadas por possuírem um órgão rotatório dotado de pás, chamado rotor (ou impulsor), que comunica aceleração a massa líquida transformando a energia mecânica de que está dotado, em energia cinética. Essa aceleração, ao contrário do que se verifica nas bombas de deslocamento positivo, não possui a mesma direção e o mesmo sentido do movimento líquido em contacto com as pás.

A energia suprida por uma fonte externa se aplica ao eixo fazendo girar o rotor dentro de uma carcaça fixa. As pás do rotor ao girarem produzem uma redução de pressão na entrada ou centro do rotor. O líquido então escoar do cano de sucção para dentro do rotor, que o descarrega com um acréscimo de energia cinética.

Portanto, o funcionamento da bomba centrífuga se baseia na criação de uma zona de baixa pressão e de uma zona de alta pressão. O líquido submetido ao movimento das pás do rotor fica sujeito à força centrífuga que faz com que as partículas do líquido se desloquem em direção à periferia do rotor. Este deslocamento provoca a criação de um vazio (baixa pressão) na região central do rotor e este vazio é preenchido por igual quantidade de líquido proveniente da alimentação. A criação da zona de alta pressão ocorre na periferia do rotor. O líquido que chega às extremidades do rotor sob a ação da força centrífuga vai encontrar um aumento progressivo na área de escoamento, o que provoca uma transformação de energia cinética em pressão. Resumindo, o rotor fornece energia cinética para o líquido, sendo que em seguida parte desta energia é transformada em pressão devido ao aumento progressivo da área de escoamento.(Daleff)



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS

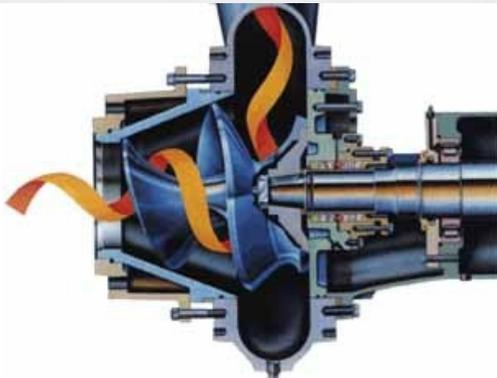
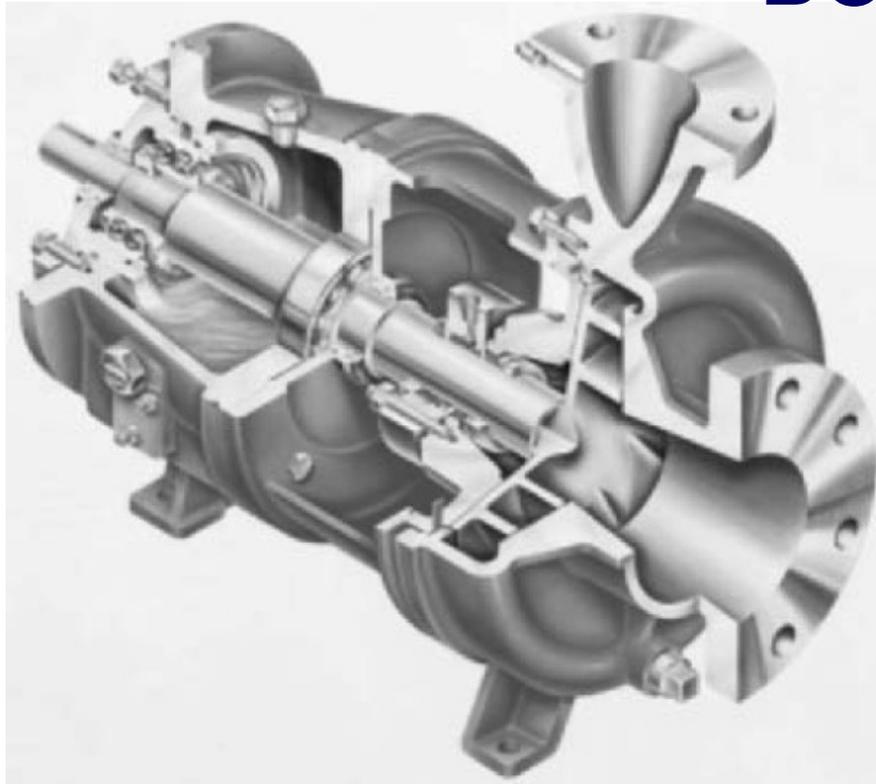
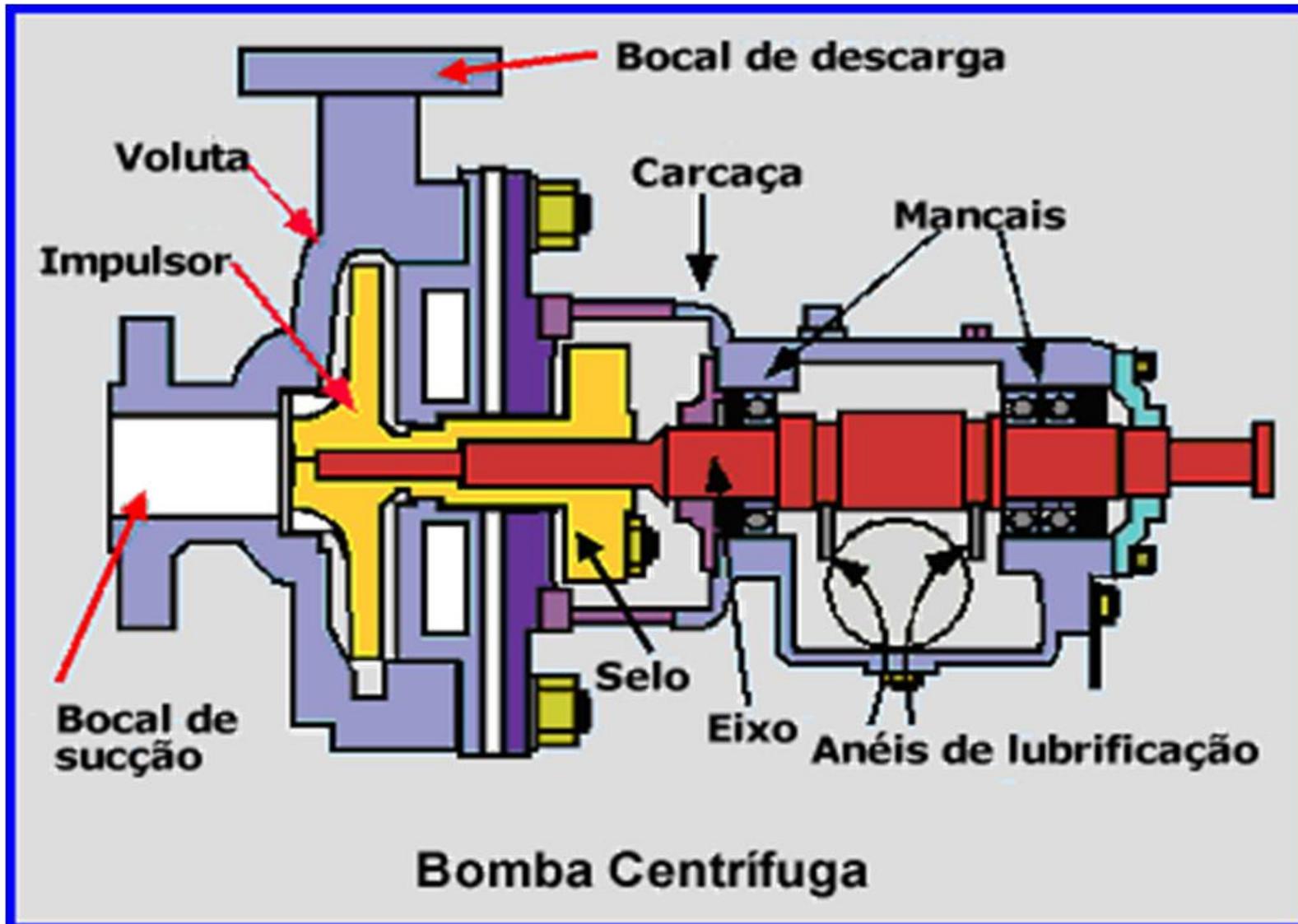


Figura 4 – Esquema de uma bomba centrífuga



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1





OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



a) carcaça tipo voluta

A voluta de uma bomba centrífuga aumenta em área de seu ponto inicial até a abertura da descarga, cuja função principal é a de converter a energia cinética impressa ao fluido pelo rotor em uma energia de pressão.

De acordo com o movimento geral do líquido e o do eixo do rotor:

- Centrífuga pura - Fluido desloca na direção do raio do rotor;
- Centrífuga axial - Fluido desloca paralelamente à direção do eixo de rotação;

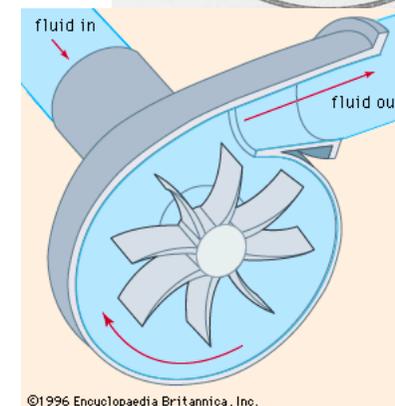
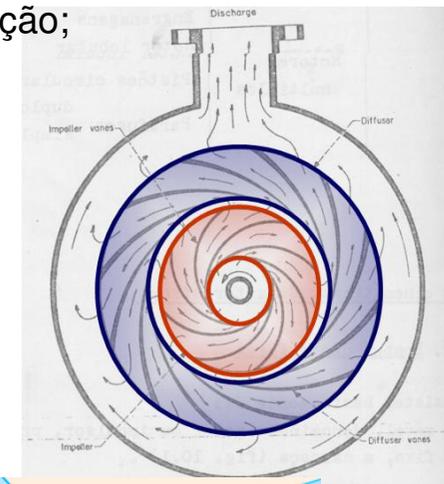
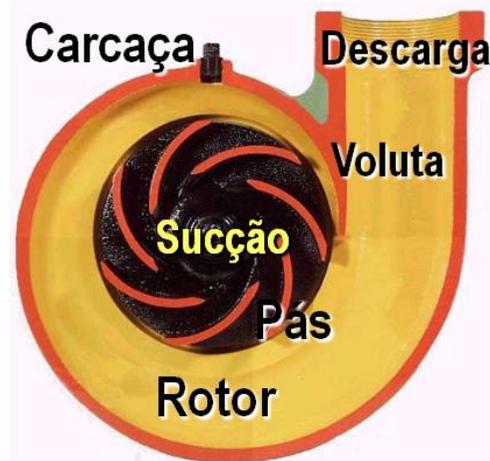
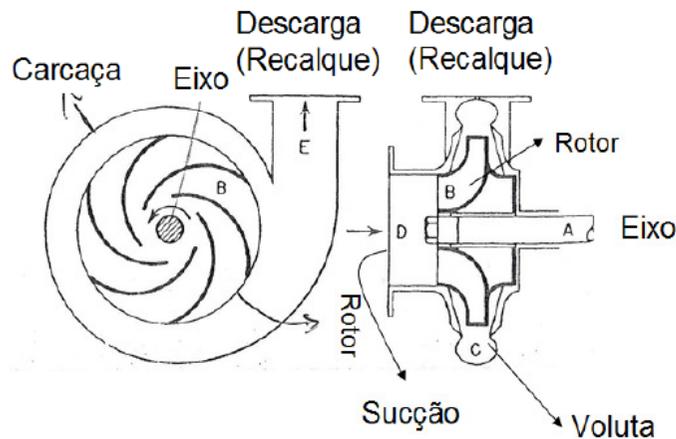


Figura 5 – Carcaça da Bomba Centrífuga

A energia cinética é convertida em energia de pressão. Quanto maior é o número de palhetas menor é a perda por turbulência.



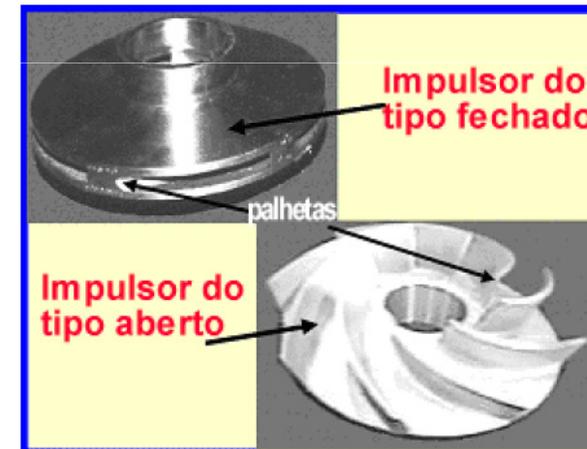
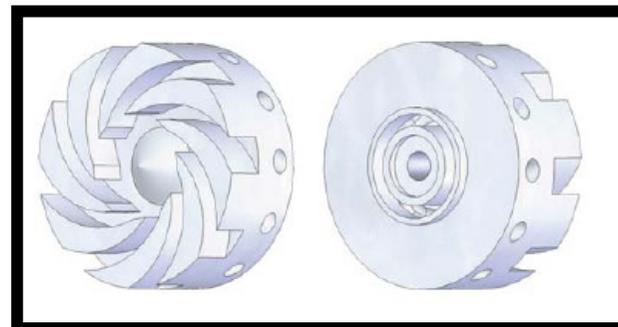
OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



b) Rotor

O rotor pode ser aberto ou fechado. O rotor fechado (mais eficientes, mais usados) é indicado para o escoamento de líquidos sem substâncias em suspensão. Quando o material a ser deslocado é composto por pastas, lamas, esgoto sanitário, o rotor aberto (rendimento baixo, usado para fluidos abrasivos) é usado. A carcaça é a parte (fixa) estacionária que envolve o rotor. Possui duas aberturas para a entrada e saída de líquido, respectivamente a sucção e o recalque. Para o funcionamento da *bomba centrífuga é necessário que a carcaça esteja completamente cheia de líquido* e portanto que o rotor esteja mergulhado no líquido.





OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS

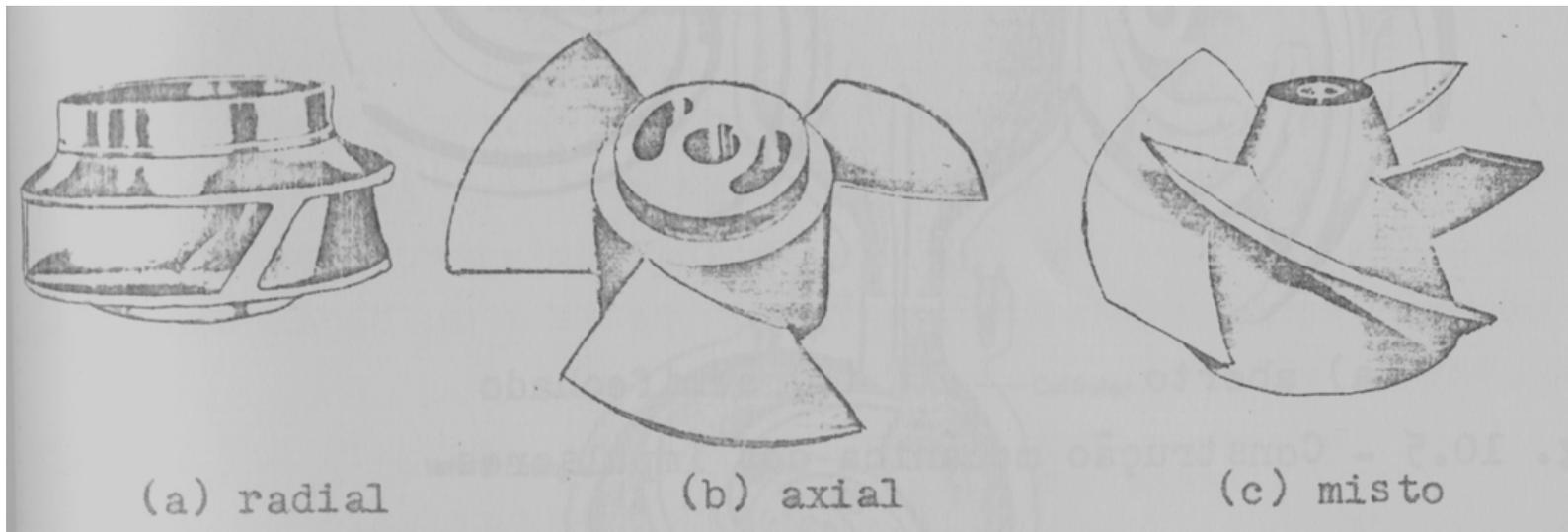


O tipo de rotor poderá definir os tipos de escoamento:

Axial: Descarrega o fluido na periferia axialmente (adequado para altas vazões, mas desenvolve baixas pressões)

Radial: Descarrega o fluido na periferia radialmente (desenvolve altas pressões, mas só é adequado para baixas vazões)

Misto





OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



c) Anéis de desgaste

Os anéis de desgaste são montados na carcaça, no rotor ou em ambos, fazem a separação entre as regiões de descarga e sucção, impedindo o retorno de líquido. São peças de pequeno custo, que evitam o desgaste e a necessidade de substituição de peças mais caras, como o rotor e a carcaça.

Os anéis podem ser feitos de bronze, sendo que a substituição das peças deve ser feita quando a folga diametral seja o dobro da inicial. Este procedimento evita a redução da eficiência da bomba.

d) Eixo

Transmite o torque do motor ao rotor, deve ser construído com material que suporte variações de temperatura e fadiga.

e) Caixa de gaxetas

Sua função é vedar e impedir o vazamento de líquido para fora da bomba. Este vazamento pode ocorrer no lugar que o eixo atravessa a carcaça. Geralmente são feitas de amianto grafitado.

f) Rolamentos (Macais)

Suportam o eixo, mantendo-o alinhado com as peças estacionárias. Existem forças não equilibradas atuando sobre o rotor em movimento e por isso são necessários mancais convenientes para que o eixo possa girar maciamente com o mínimo de tensões e vibrações.



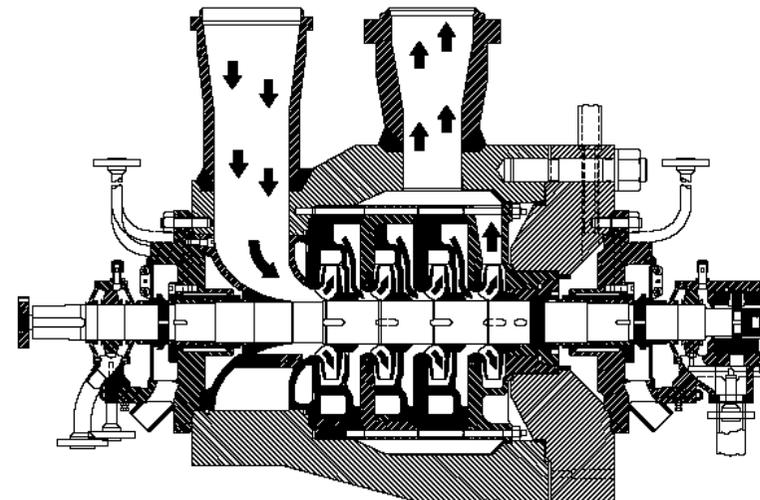
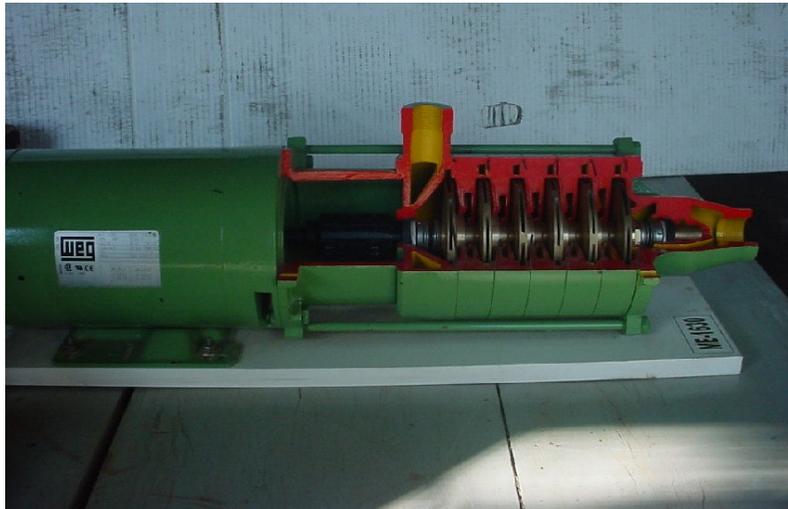
OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



b) BOMBA DE MÚLTIPLO ESTÁGIO OU MULTICELULAR:

- A bomba possui **DOIS ou MAIS** rotores dentro da carcaça.
- É o resultado da **associação de rotores em SÉRIE** dentro da carcaça.
- Essa associação permite a elevação do líquido a alturas maiores do que 100 metros, sendo o **rotor radial ou diagonal usado para tal associação**.
- Muito usada para **poços profundos de água ou de petróleo** ou para **alimentação de caldeiras** com pressões superiores a 250 kgf/cm^2 (2.500 m).



Fonte: <http://www.deg.ufla.br/eng187/aulas%20pr%C3%A1ticas/11.PDF>



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



4- Seleção do Tipo e Tamanho da Bomba

4.1- Seleção do Tipo de Bomba

A escolha do tipo da bomba (Centrífuga, alternativa ou rotativa) para preencher os requisitos operacionais do sistema requer a análise das características de funcionamento de cada uma dessas máquinas geratrizes. Quando mais de um tipo preencher esses requisitos, um estudo técnico-econômico se faz necessário.

Em muitos casos, a prática consagrou certos tipos de bombas para determinadas aplicações.

Como exemplo, pode-se citar:

- a) A adição de fluor em quantidades bem definidas na água de abastecimento de uma cidade é feita quase que exclusivamente, por uma bomba dosadora de deslocamento positivo.
- b) Para transportar óleos viscosos, melações e tintas é comum o emprego de bombas rotativas.
- c) A bomba centrífuga é sem dúvida a mais usada, os exemplos clássicos de aplicação são muitos. Pode-se citar, entre eles, o bombeamento de água de um rio para estação de tratamento e a água potável da base de um prédio até a sua caixa de água.



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



4.2- Seleção do Tamanho (Modelo) da Bomba

4.2.1- Deslocamento Positivo

A escolha do modelo de uma bomba de deslocamento positivo é feita por meio de tabelas ou gráficos que fornecem, entre outros dados, a pressão e a capacidade máxima alcançada pelo modelo. A Tabela 1 apresenta um exemplo de especificação de bombas alternativas fornecida pelo catálogo de um fabricante.

Tabela 1 - Especificação de bombas alternativas

Modelo	Capacidade Máxima (cm ³ /h)	Pressão Máxima (kgf/cm ²)
M-5	780	204
M-4	1040	136
M-3	2300	68
M-2	4200	34
M-1	6500	20

Neste exemplo, o fabricante indica que há um decréscimo de 1% a 1,5% na capacidade para cada aumento de pressão na ordem de 6,8 kgf/cm² devido a tolerâncias de fabricação e vedação das válvulas.



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



4.2.2- Seleção de bombas centrífugas

A escolha do modelo de bombas centrífugas é feita através de catálogos com figuras que fornecem as principais características das bombas. Esses catálogos de seleção apresentam, em geral, um gráfico de altura manométrica em função da vazão, que permite "enquadrar" a bomba em um modelo padronizado. Após a escolha do modelo deve-se recorrer as curvas características correspondentes a esse modelo, que fornecem as demais especificações, como: diâmetro de rotor, eficiência, potência do motor, rotação e o NPSH requerido.

Para o completo entendimento da seleção de bombas centrífugas, alguns conceitos importantes devem ser mencionados, tais como NPSH requerido e disponível, cavitação, entre outros.



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



Conservação da energia mecânica por unidade de massa (para um fluido ideal) ao longo de uma linha de corrente (rever conceito em Fenômenos de Transporte).

Equação de Bernoulli: representa o balanço de energia por unidade de massa do fluido, num dado ponto de massa do fluido.

$$\frac{\Delta v^2}{2} + \frac{\Delta P}{\rho} + g\Delta Z = 0$$

$\frac{\Delta v^2}{2} \Rightarrow$ energia cinética por unidade de massa, representa a energia necessária para variar a velocidade da unidade de massa do fluido.

$\frac{\Delta P}{\rho} \Rightarrow$ energia de pressão por unidade de massa, representa a energia necessária para mover a unidade de massa do fluido de um nível de pressão à outro.

$g\Delta Z \Rightarrow$ energia potencial por unidade de massa, representa a energia necessária para elevar a unidade de massa numa diferença de altura ΔZ .

Para o fluido ideal temos:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + gZ_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + gZ_2$$

Para o fluido real temos:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + gZ_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + gZ_2 + W \text{ (Energia dissipada por atrito - perda de carga por atrito)}$$

se $\div g$ teremos
$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + Z_2 + h_f$$



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



5- NPSH (Net Positive Suction Head), Cavitação e Escorva.

5.1- NPSHr (requerido)

É a energia requerida pelo líquido para a partir do flange de sucção vencer as perdas de carga dentro da bomba e chegar ao ponto onde vai ganhar energia e ser recalado.

O NPSHr é uma característica da bomba, sendo portanto um dado fornecido pelo fabricante. O valor do NPSHr é determinado por testes de laboratório e é dado geralmente, em metros de coluna de fluido.

5.2- NPSHd (disponível)

A redução da pressão na tubulação de sucção de uma bomba, abaixo da pressão de vapor do líquido bombeado, pode causar vaporização. O vapor formado pode fazer com que interrompa parcialmente o escoamento da bomba. O procedimento utilizado para evitar esta condição é fazer com que a pressão no tubo de sucção seja sempre superior a pressão de vapor do líquido bombeado.

Baseado no que foi exposto, o NPSHd é definido como:

$$NPSH_d = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} - \frac{P_v}{\gamma}$$
$$\gamma = \rho g$$

Onde:

P2 - pressão na entrada da bomba

Pv - pressão de vapor do líquido na temperatura de bombeamento

V2 - velocidade na entrada da bomba

A condição imprescindível para o bom funcionamento de uma bomba é que o NPSH_d seja maior que o NPSH_r.



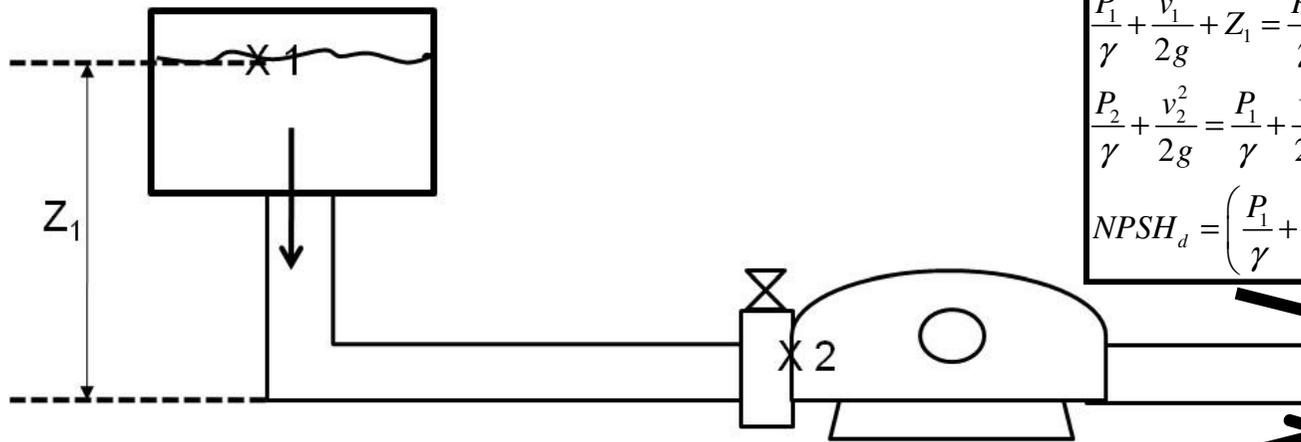
OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



BOMBAS

Cálculo do NPSH disponível:

Caso a) Bomba afogada



Vimos que: $NPSH_d = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} - \frac{P_v}{\gamma}$

Equação de Bernoulli

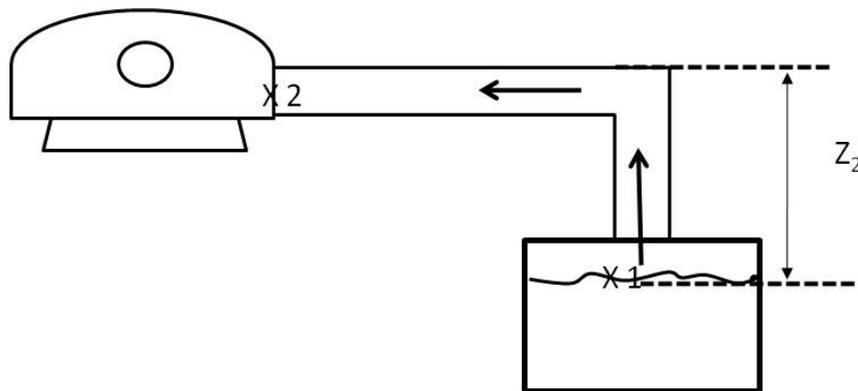
$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + Z_2^0 + h_t$$

$$\frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + Z_1 - h_t$$

$$NPSH_d = \left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + Z_1 - h_t \right) - \frac{P_v}{\gamma} \quad \text{sendo: } \gamma = \rho g$$

Condição imprescindível de bom funcionamento da bomba: $NPSH_d > NPSH_r$

Caso b) Bomba não afogada



Vimos que: $NPSH_d = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} - \frac{P_v}{\gamma}$

Equação de Bernoulli

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + Z_1^0 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + Z_2 + h_t$$

$$\frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + Z_1 - h_t$$

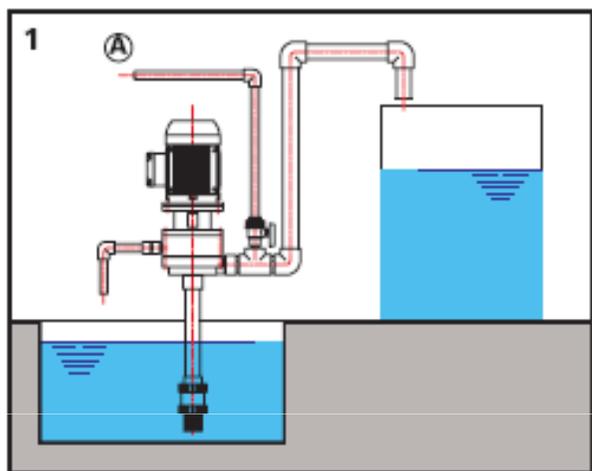
$$NPSH_d = \left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} - Z_2 - h_t \right) - \frac{P_v}{\gamma} \quad \text{sendo: } \gamma = \rho g$$



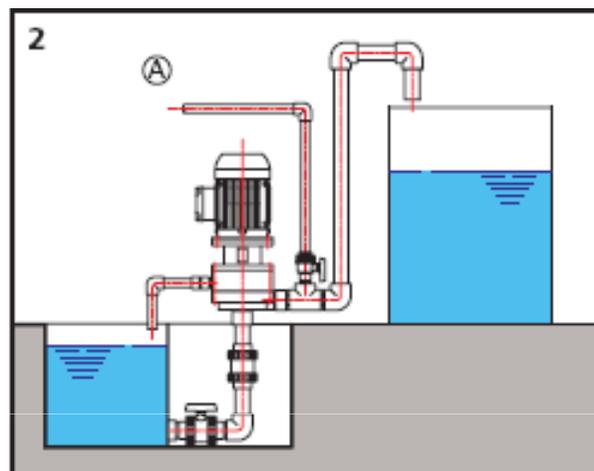
OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



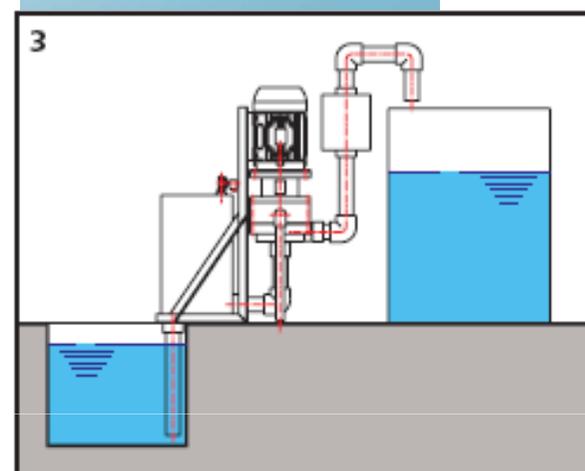
BOMBAS



O esquema 1 mostra o reservatório aterrado com a bomba instalada acima do nível do líquido, usando uma válvula de pé para permitir que o rotor da bomba permaneça afogado. Para a primeira partida e após paradas prolongadas, eventualmente a bomba precisará ser abastecida, o que pode ser feito através da **tubulação A (opcional)**.



O esquema 2 mostra o reservatório aterrado com a bomba instalada acima do nível do líquido, sendo que o tubo de sucção possui uma válvula de retenção para manter o rotor da bomba afogado. Para a primeira partida e após paradas prolongadas, eventualmente a bomba precisará ser abastecida, o que pode ser feito através da **tubulação A (opcional)**.



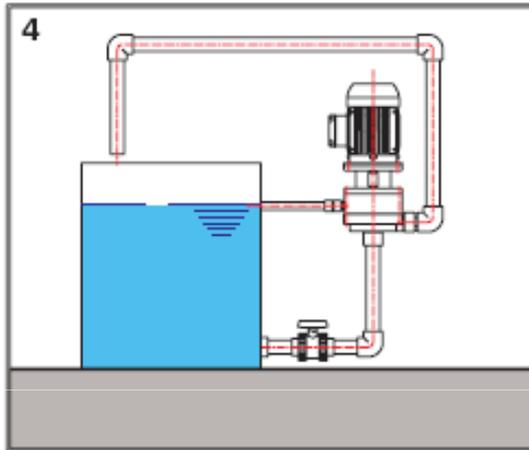
O esquema 3 mostra a bomba instalada acima do nível de líquido com um "sistema auto-escorvante BOMAX" o que permite à bomba operar com **sucção a seco de até 4 metros**, sem falhas ou necessidade de escorvamento.



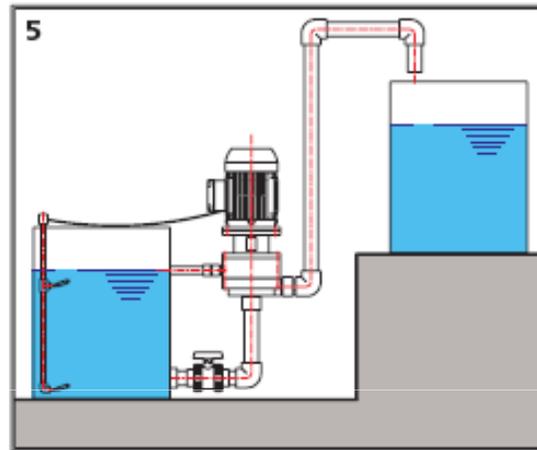
OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



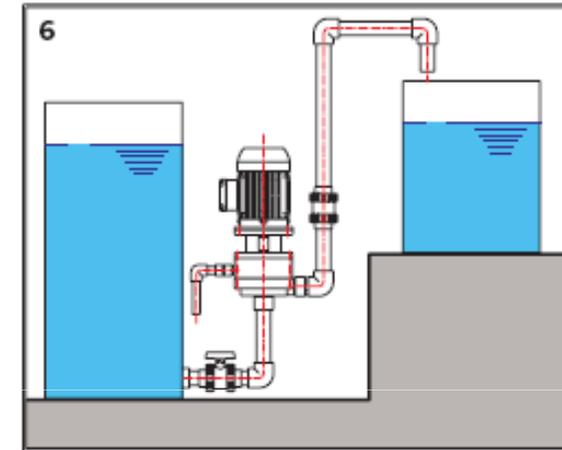
BOMBAS



O esquema 4 mostra um processo de recirculação onde o nível do reservatório é constante. Nesta situação, instalar a bomba de forma que o rotor fique permanentemente afogado. Assim, dispensa-se o manuseio de válvulas durante a operação. Aplicado em torres de resfriamento, lavadores de gases, filtragens, etc.



O esquema 5 mostra a bomba instalada de transferência, onde a bomba só parte com o tanque cheio. O acionamento é automatizado através de sensores de níveis. Instalação simples e totalmente segura quanto a falhas na partida. Grande aplicação em tanques de coleta para posterior tratamento, drinques, etc.



O esquema 6 mostra a bomba **afogada**, ou seja, abaixo do nível do líquido na sucção. Neste caso o bombeamento necessita ser acompanhado por um operador, já que as bombas com selagem hidrodinâmica não possuem vedação estática. Assim sugerimos os seguintes procedimentos:



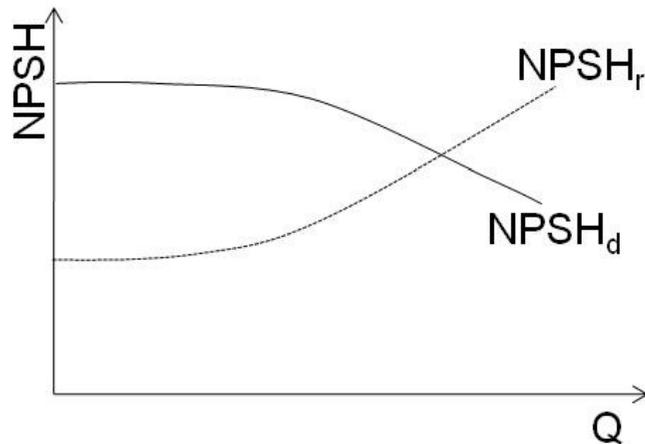
OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



BOMBAS

Obs: Convém prever no dimensionamento de uma linha de sucção uma certa margem de segurança levando em conta, oscilações de temperatura do fluido e da pressão no lado da sucção.

Variação do NPSH requerido e disponível com a capacidade



O $NPSH_d$ diminui com a vazão devido as perdas por atrito aumentarem com o incremento de vazão.

O $NPSH_r$ é uma função da velocidade nos condutos da seção da bomba e na entrada da bomba, portanto aumenta com a capacidade.



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



5.3 – Cavitação - O nome de cavitação vem de cavidade, que significa vazio. No caso das bombas, a cavitação se deve ao vazio formado na implosão das bolhas de vapor.

Quando uma bomba centrífuga opera com elevadas capacidades é possível ocorrerem regiões de baixas pressões, não só no olho do rotor, mas também nas pontas das palhetas. Quando esta pressão fica abaixo da pressão de vapor do líquido é possível a ocorrência de vaporização nestes pontos. As bolhas de vapor deslocam-se e quando atingem uma região de maior pressão desaparecem (condensam). Esta formação e desaparecimento das bolhas constituem o fenômeno da cavitação. Os efeitos mais evidentes da cavitação são ruído e vibração. Este processo (formação e colapso das bolhas) pode provocar verdadeiros buracos nas pás do rotor, a vibração pode causar danos nos rolamentos.

Em uma instalação já montada e com problemas de cavitação algumas medidas podem ser tomadas:

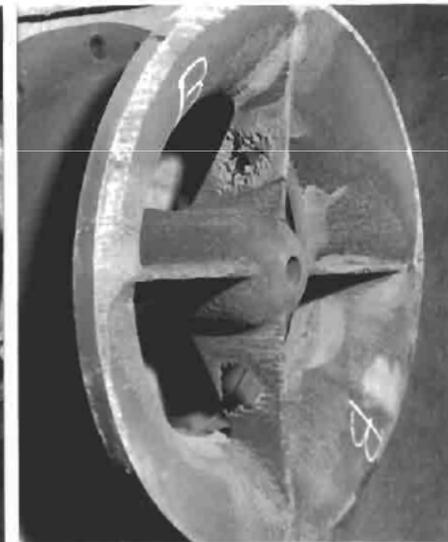
- diminuir a vazão estrangulando a(s) válvula(s) de recalque (se possível);
- diminuir a rotação do motor (se possível);
- retirar acessórios com alta perda de carga que muitas vezes são desnecessários na sucção;
- substituir alguns acessórios da tubulação de sucção por outros de menor perda de carga; por exemplo substituir um cotovelo de 90° de raio curto por outro de raio longo;
- aumentar o diâmetro da linha de sucção;
- diminuir a temperatura do fluido (se possível).



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Cavitação

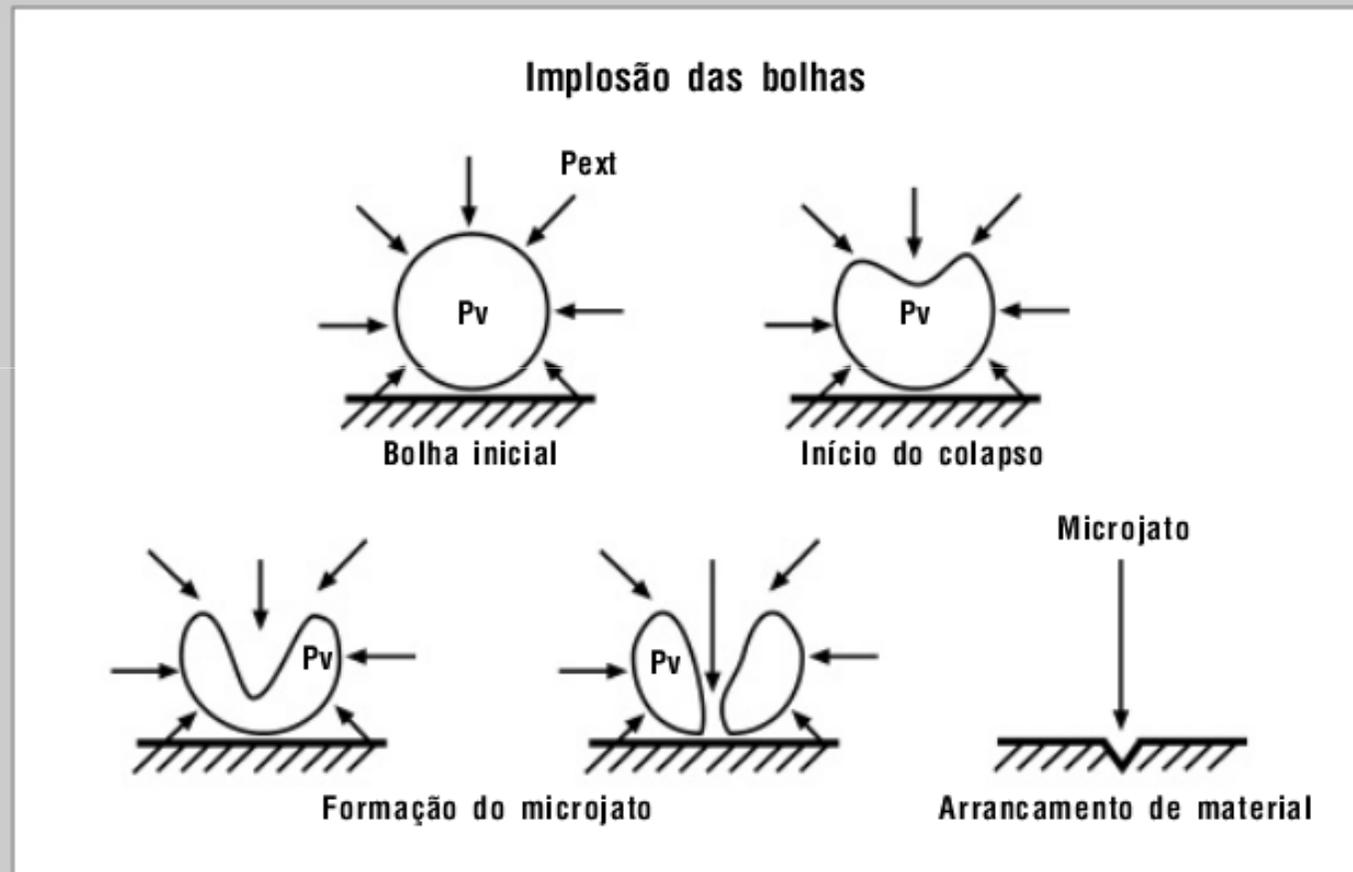




OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



IMPLOÇÃO DAS BOLHAS DE VAPOR COM ARRANCAMENTO DO MATERIAL





OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

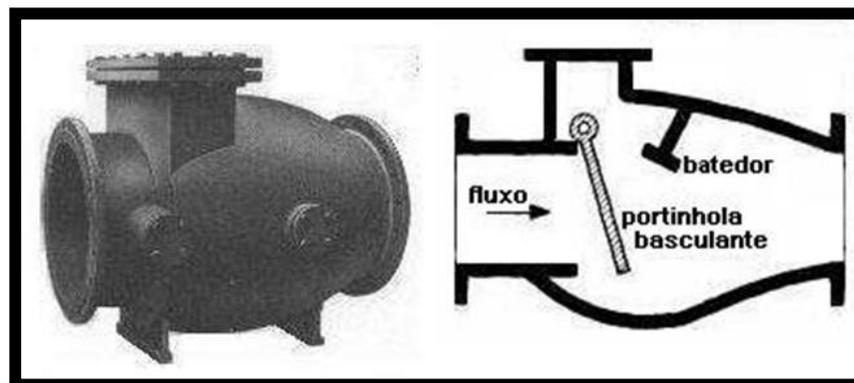
BOMBAS



5.4- Escorva

Para iniciar o funcionamento de uma bomba centrífuga é necessário que tanto a bomba quanto o tubo de aspiração sejam previamente enchidos com o líquido. Este procedimento deve-se ao fato deste equipamento não ser auto-aspirante ou auto escorvante, isto é, não é capaz de expulsar o ar, criando o vácuo que permitiria a entrada do líquido, no início do funcionamento. A presença do ar no interior da bomba é denunciada por ruídos e trepidações características.

Para realização da escorva é comum o uso de válvula de retenção (tipo pé) que impede o escoamento do líquido do tubo para o reservatório, quando a bomba está parada ou pára de funcionar (impede o esvaziamento da tubulação). Outros procedimentos utilizados são a instalação de sucção tipo "bomba afogada" (reservatório de sucção em uma altura superior à bomba) e a colocação de reservatório para a escorva.





OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



BOMBAS

Exercício: Deseja-se alimentar com uma bomba alternativa, a uma vazão de 800 cm³/h, um pequeno reator pressurizado que trabalha a 98 kgf/cm². Especifique o modelo da bomba. **O fabricante indica que há um decréscimo de 1% à 1,5% na capacidade para cada aumento de pressão da ordem de 6,8 kgf/cm² devido a tolerâncias de fabricação e vedação das válvulas.**

SOLUÇÃO: aparentemente o modelo M₄ atende as necessidades uma vez que a pressão necessária (98kgf/cm²) é inferior à máxima fornecida pela bomba (136kgf/cm²) e a vazão desejada (800 cm³/h) é inferior à máxima conseguida por esse modelo (1040cm³/h), entretanto deve-se calcular o decréscimo de vazão.

$$\text{número de aumentos de pressão } n_{\text{auP}} = \frac{98}{6,8} = 14,4$$

Pior situação: decréscimo de 1,5%

$$1,5\% \times n_{\text{auP}} = 1,5\% \times 14,4 = 21,6\%. \text{ (% de decréscimo de capacidade)}$$

$$\text{capacidade: } 1040 \frac{\text{cm}^3}{\text{h}} (1 - 0,216) = 815,36 \frac{\text{cm}^3}{\text{h}}$$

Modelo	Capacidade Máxima (cm ³ /h)	Pressão Máxima (kgf/cm ²)
M-5	780	204
M-4	1040	136
M-3	2300	68
M-2	4200	34
M-1	6500	20



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



Alguns termos usuais no estudo de bombas:

ALTURA DE SUCÇÃO - Desnível geométrico (altura em metros), entre o nível dinâmico da captação e o bocal de sucção da bomba. OBS.: Em bombas centrífugas normais, instaladas ao nível do mar e com fluído bombeado a temperatura ambiente, esta altura não pode exceder 8 metros de coluna d'água (8 mca).

ALTURA DE RECALQUE (AR)- Desnível geométrico (altura em metros), entre o bocal de sucção da bomba e o ponto de maior elevação do fluído até o destino final da instalação (reservatório, etc.).

ALTURA MANOMÉTRICA TOTAL (AMT) - Altura total exigida pelo sistema, a qual a bomba deverá ceder energia suficiente ao fluído para vencê-la. Leva-se em consideração os desníveis geométricos de sucção e recalque e as perdas de carga por atrito em conexões e tubulações. $AMT = \text{Altura Sucção} + \text{Altura Recalque} + \text{Perdas de Carga Totais (Tubulações/Conexões e Acessórios)}$.

PERDA DE CARGA NAS TUBULAÇÕES - Atrito exercido na parede interna do tubo quando da passagem do fluído pelo seu interior. É mensurada obtendo-se, através de coeficientes, um valor percentual sobre o comprimento total da tubulação, em função do diâmetro interno da tubulação e da vazão desejada.

PERDA DE CARGA LOCALIZADA NAS CONEXÕES - Atrito exercido na parede interna das conexões, registros, válvulas, dentre outros, quando da passagem do fluído. É mensurada obtendo-se, através de coeficientes, um comprimento equivalente em metros de tubulação, definido em função do diâmetro nominal e do material da conexão.



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



Alguns termos usuais no estudo de bombas:

COMPRIMENTO DA TUBULAÇÃO DE SUÇÃO - Extensão linear em metros de tubo utilizados na instalação, desde o injetor ou válvula de pé até o bocal de entrada da bomba.

COMPRIMENTO DA TUBULAÇÃO DE RECALQUE - Extensão linear em metros de tubo utilizados na instalação, desde a saída da bomba até o ponto final da instalação.

GOLPE DE ARÍETE - Impacto sobre todo o sistema hidráulico causado pelo retomo da água existente na tubulação de recalque, quando da parada da bomba. Este impacto, quando não amortecido por válvula(s) de retenção, danifica tubos, conexões e os componentes da bomba.

NIVEL ESTÁTICO - Distância vertical em metros, entre a borda do reservatório de sucção e o nível (lâmina) da água, antes do início do bombeamento.

NIVEL DINÂMICO - Distância vertical em metros, entre a borda do reservatório de sucção e o nível (lâmina) mínimo da água, durante o bombeamento da vazão desejada.

SUBMERGÊNCIA - Distância vertical em metros, entre o nível dinâmico e o injetor (Bombas Injetoras), a válvula de pé (Bombas Centrifugas Normais), ou filtro da sucção (Bombas Submersas).

ESCORVA DA BOMBA - Eliminação do ar existente no interior da bomba e da tubulação de sucção. Esta operação consiste em preencher com o fluído a ser bombeado todo o interior da bomba e da tubulação de sucção, antes do acionamento da mesma. Nas bombas autoaspirantes basta eliminar o ar do interior da mesma. Até 8 mca de sucção a bomba eliminará o ar da tubulação automaticamente.



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



Alguns termos usuais no estudo de bombas:

AUTOASPIRANTE - O mesmo que Autoescorvante, isto é, bomba centrífuga que elimina o ar da tubulação de sucção, não sendo necessário o uso de válvula de pé na sucção da mesma, desde que, a altura de sucção não exceda 8 mca.

CAVITAÇÃO - Fenômeno físico que ocorre em bombas centrífugas no momento em que o fluído succionado pela mesma tem sua pressão reduzida, atingindo valores iguais ou inferiores a sua pressão de vapor. Com isso, formam-se bolhas que são conduzidas pelo deslocamento do fluído até o rotor onde implodem ao atingirem novamente pressões elevadas.

Este fenômeno ocorre no interior da bomba quando o NPSHd (sistema), é menor que o NPSHr (bomba). A cavitação causa ruídos, danos e queda no desempenho hidráulico das bombas.

NPSH - Sigla da expressão inglesa -Net Positive Suction Head a qual divide-se em:

NPSH disponível - Pressão absoluta por unidade de peso existente na sucção da bomba (entrada do rotor), a qual deve ser superior a pressão de vapor do fluído bombeado, e cujo valor depende das características do sistema e do fluído;

NPSH requerido - Pressão absoluta mínima por unidade de peso, a qual deverá ser superior a pressão de vapor do fluído bombeado na sucção da bomba (entrada de rotor) para que não haja cavitação. Este valor depende das características da bomba e deve ser fornecido pelo fabricante da mesma;

O $NPSH_{\text{disponível}}$ deve ser sempre maior que o $NPSH_{\text{req}}$ ($NPSH_d > NPSH_r$)



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



Alguns termos usuais no estudo de bombas:

VÁLVULA DE PÉ OU DE FUNDO DE POÇO - Válvula de retenção colocada na extremidade inferior da tubulação de sucção para impedir que a água succionada retorne à fonte quando da parada do funcionamento da bomba, evitando que esta trabalhe a seco (perda da escorva).

VÁLVULA DE RETENÇÃO - Válvula(s) de sentido único colocada(s) na tubulação de recalque para evitar o golpe de aríete. Utilizar uma válvula de retenção a cada 20 mca de AMT.



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS

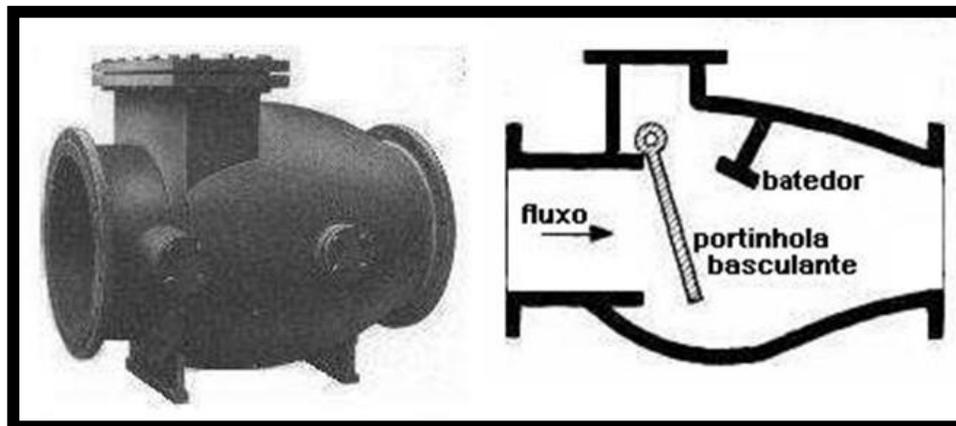


Válvula de Retenção: As válvulas de retenção são equipamentos de proteção instaladas visando proteger as instalações hidráulicas do refluxo de água quando do paralisação das bombas. Como função secundária, são importantes para a manutenção da coluna da água durante a paralisação.

Existem diversos tipos de válvula de retenção e a sua escolha deverá ser feita de acordo com a sua finalidade específica. Por exemplo, em uma instalação com reservatório hidropneumático, o seu fechamento deverá ser o mais rápido possível para evitar perda de água do reservatório, bem como evitar o choque mais violento da portinhola contra o seu anteparo. Esses tipos de válvulas são providas de molas para o seu fechamento e o conjunto móvel possui baixa inércia. Os outros tipos são os de portinhola articulada, dupla portinhola etc.

Geralmente são instaladas no início das tubulações de recalque, entre a saída das bombas e antes dos registros (válvulas de gaveta), para proteção das bombas contra os golpes, resultantes da cessação brusca do escoamento, especialmente por falta de energia elétrica. Esse posicionamento é o mais adequado, pois facilita inspeções e consertos eventuais.

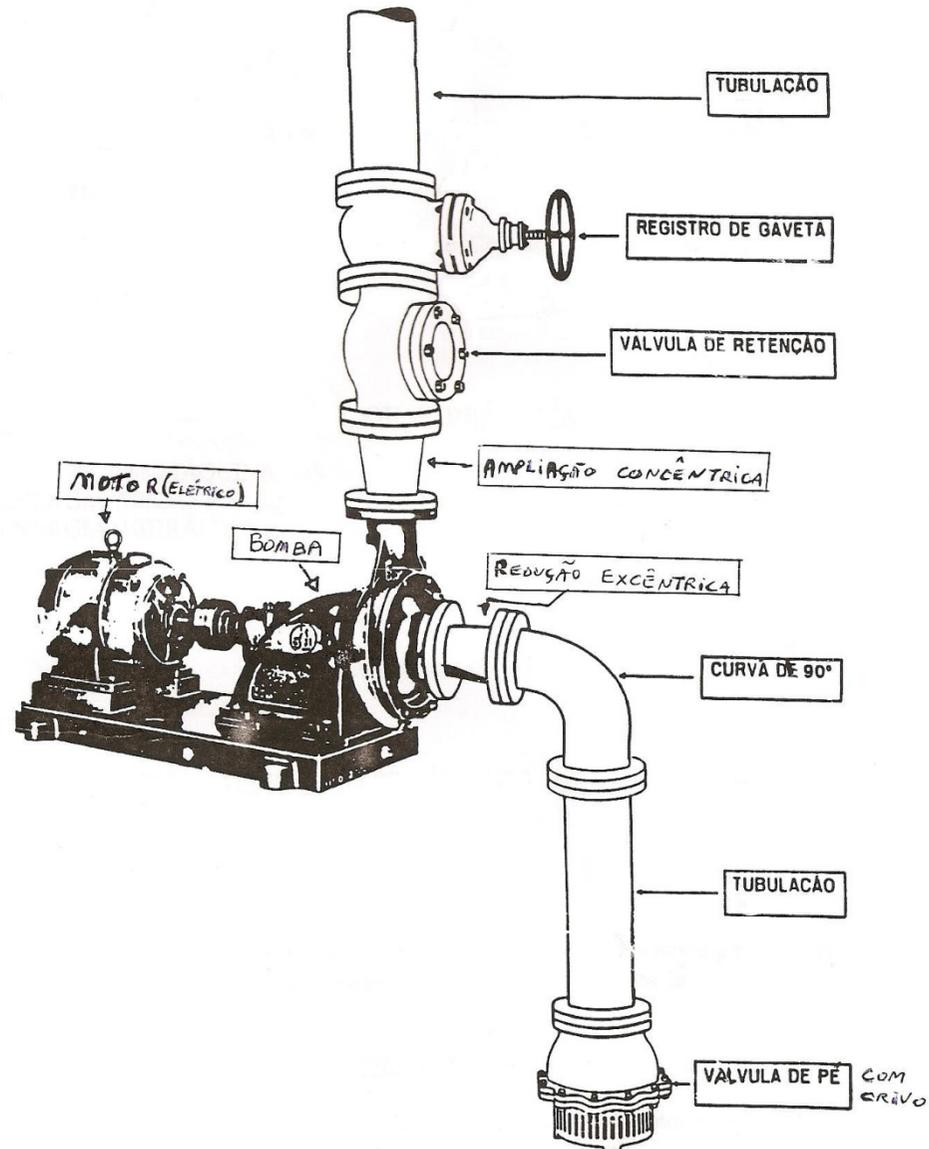
Em função do tipo de válvula que possuem permitem o deslocamento da água num só sentido (Veja Figura). É necessário observar que a instalação deve ser feita de modo a que a portinhola abra no sentido do fluxo. Convencionalmente este sentido é indicado por uma seta gravada em relevo no corpo da válvula.





BOMBAS

OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1





OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

Seleção de Bombas Centrífugas



Para escolha de uma bomba deve-se conhecer a altura manométrica e o primeiro passo será consultar os gráficos de seleção relativos à linha de produção de cada fabricante. Estes gráficos são diagramas cartesianos que especificam o campo de cada uma das bombas pertencentes a uma série do mesmo tipo.

Escolhida a bomba no gráfico de seleção, procura-se no catálogo a respectiva curva característica que fornece o diâmetro do rotor, o rendimento e outros dados úteis.



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Seleção de Bombas Centrífugas

Passos – tipo de bomba → Curva do modelo → curva característica.

Curvas Características: relacionam a vazão, carga total fornecida ao fluido, rendimento, potência do motor e NPSH requerido. As bombas centrífugas, normalmente são projetadas para uma pequena e bem definida faixa de vazões e cargas totais, onde o seu rendimento é máximo. A sua utilização, porém, ultrapassa aqueles limites, deslocando-se o ponto de trabalho para a direita, a potência consumida aumenta; deslocando-se para a esquerda, a potência consumida diminui. (Por isso o fabricante apresenta vários rotores para a mesma carcaça). **Convêm ao aluno consultar diferentes catálogos através de sites dos fabricantes, existem catálogos com formatos variados, mas as informações relevantes e necessárias para se fazer a leitura são as mesmas.**

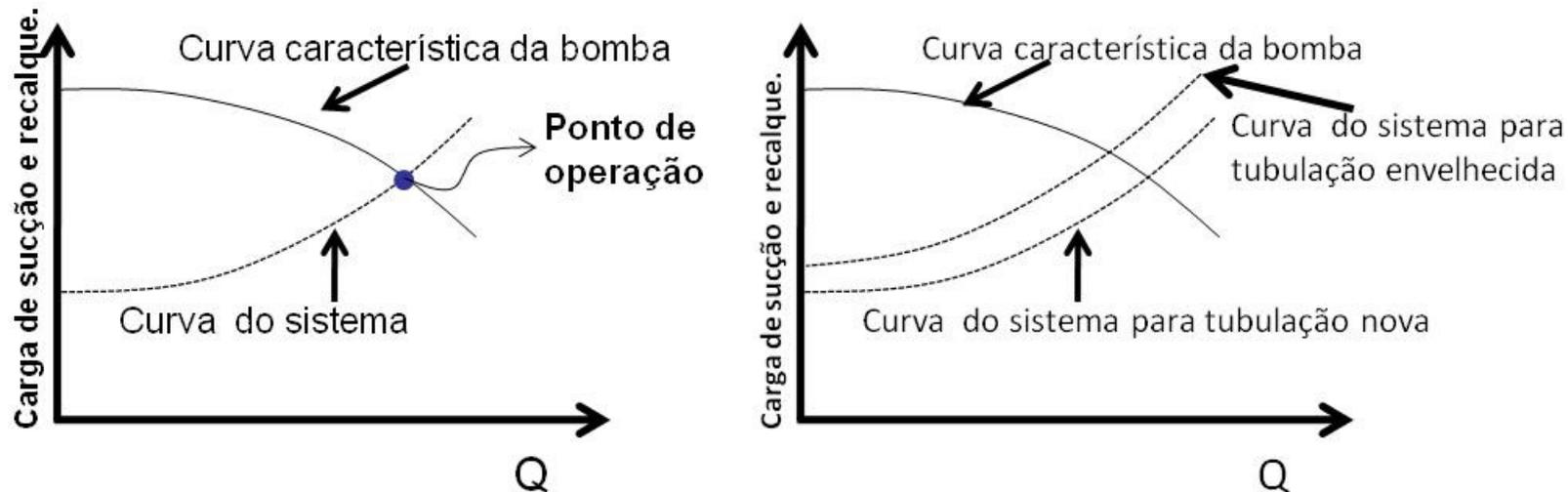


OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



O conceito de curva característica e curva de operação (curva do sistema)



6- Associações de Bombas Centrífugas

6.1- Associação em paralelo

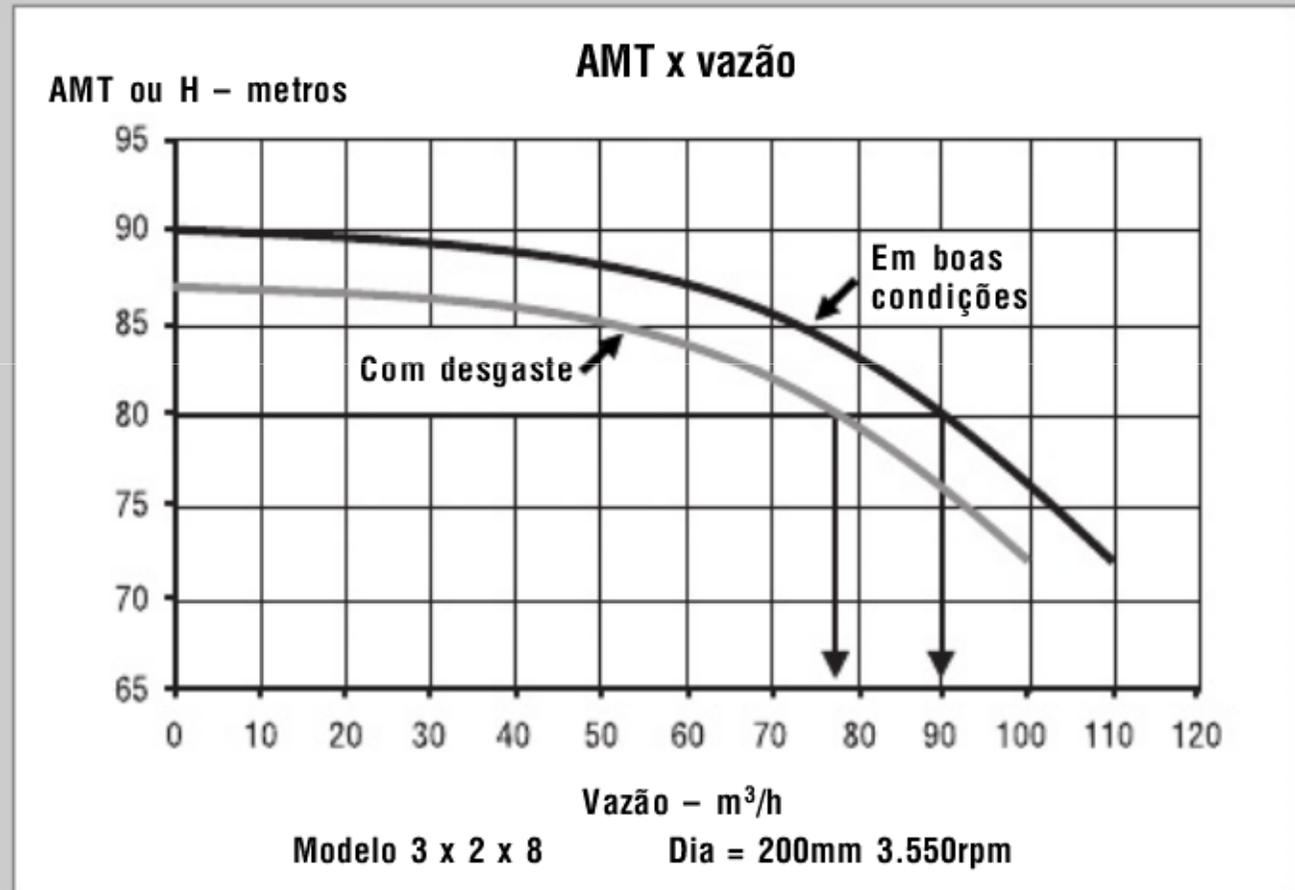
Em uma associação em paralelo, para uma mesma altura monométrica as vazões se somam.



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



PERDA DE AMT DEVIDO AO DESGASTE INTERNO DA BOMBA





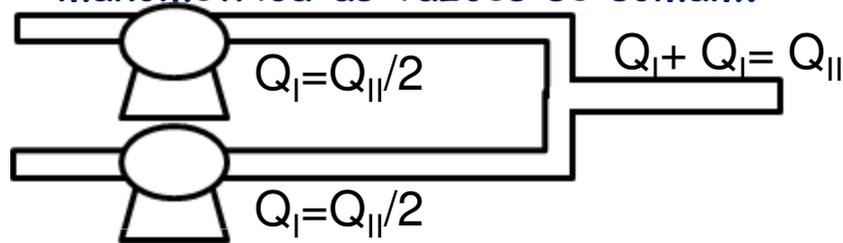
OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



BOMBAS

Associação de Bombas

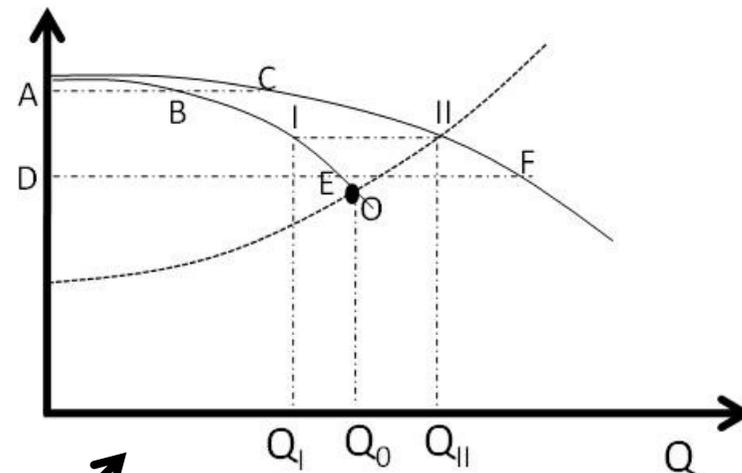
a) Em paralelo: Em uma associação em paralelo para uma mesma altura manométrica as vazões se somam.



A bomba operando isolada entra em equilíbrio com o sistema no ponto O, o qual corresponde a vazão Q_0 . Associando-lhe em paralelo, uma segunda bomba (igual), o equilíbrio é deslocado para o ponto II. Com vazão $Q_{II} > Q_0$, mas que nunca chega ao dobro, pois se a vazão aumenta, aumenta a perda de carga do sistema. Nesta situação as bombas dividem entre si a vazão total e cada uma contribui com a vazão $Q_I = (Q_{II}/2)$. Em condições normais cada bomba vai operar no ponto I, logo ao verificar a potência consumida e o NPSH_r, devemos fazê-lo para o ponto I, da curva característica individual.

Bombas iguais.

$Q_{II} > Q_0$, mas não é o dobro, pois se a vazão aumenta a perda de carga do sistema também aumenta.





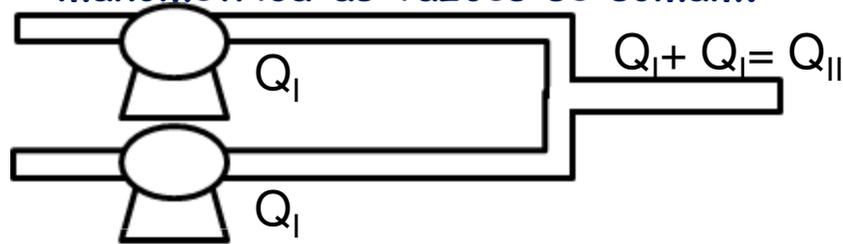
OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



BOMBAS

Associação de Bombas

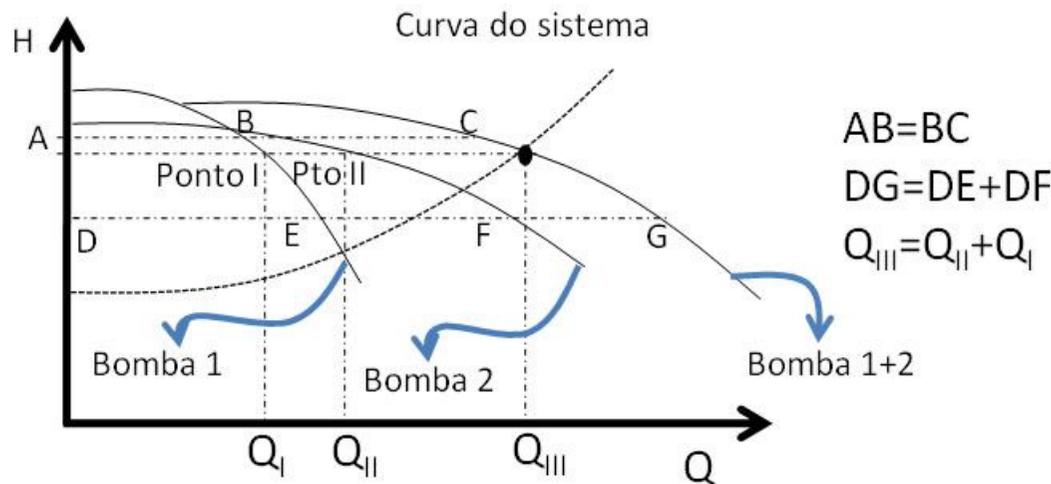
a) Em paralelo: Em uma associação em paralelo para uma mesma altura manométrica as vazões se somam.



Bombas diferentes.

Se uma das bombas sair de funcionamento por qualquer motivo (manutenção, previsão de operação), a unidade que continua na ativa passará a operar no ponto "O", com aumento de vazão da bomba remanescente e não do sistema (ponto I → ponto O), que resultará em um aumento de potência consumida e do NPSH_r.

Logo cuidados devem ser tomados no projeto (Pot. de motor e NPSH_d suficientes para este caso).



O desenho não está em escala

Mencionar a bomba reserva para evitar problema de interrupção não programada



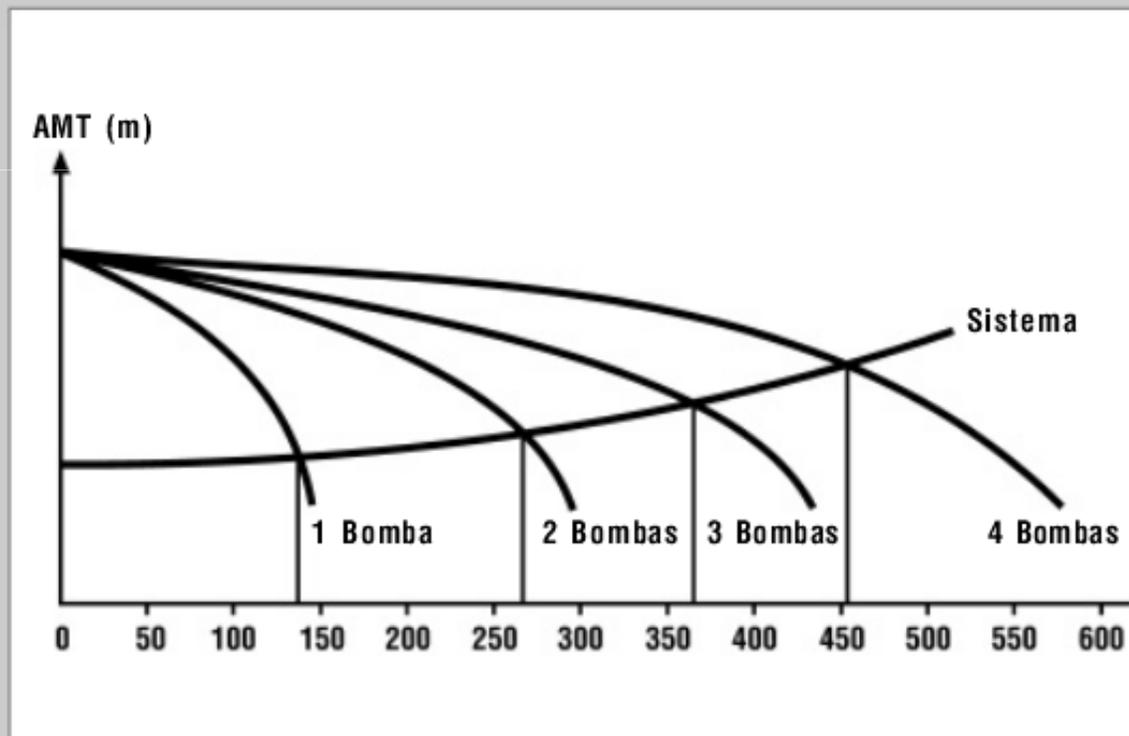
OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

BOMBAS



Associação de Bombas

VARIAÇÃO DE VAZÃO LIGANDO E DESLIGANDO BOMBAS



140m³/h – 1 bomba funcionando
265m³/h – 2 bombas funcionando
370m³/h – 3 bombas funcionando
460m³/h – 4 bombas funcionando



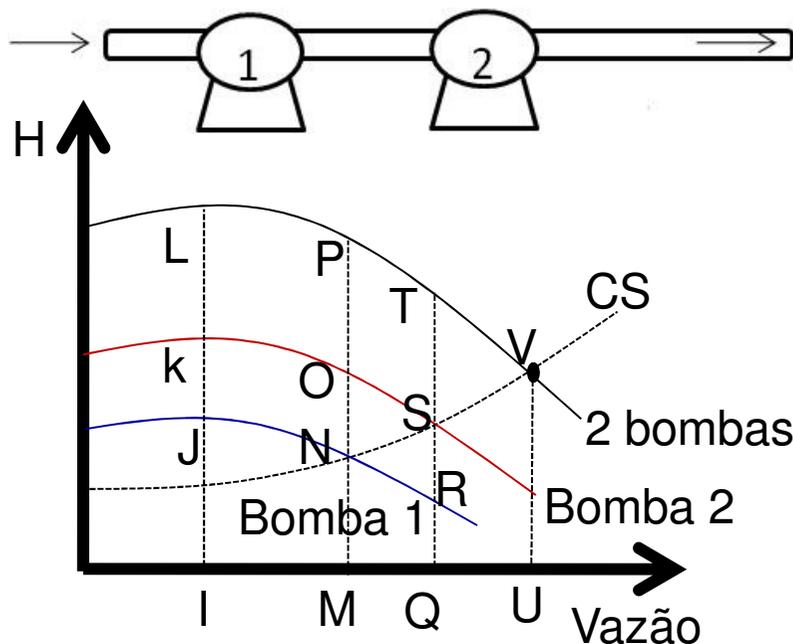
OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



BOMBAS

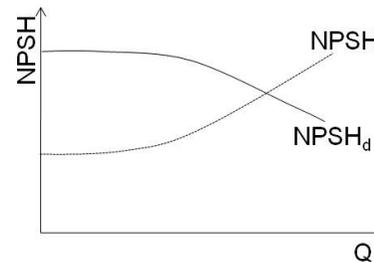
Associação de Bombas DIFERENTES

a) **Em série:** quando duas bombas estão em série, as vazões se mantêm e as alturas manométricas totais se somam.



Ao inserir a segunda bomba, essa alterará a condição onde o conjunto das bombas fornecerão a altura necessária. Não é possível operar fora da condição V, já que a bomba deverá fornecer a altura exigida pelo sistema e para isso deverá operar em U.

Cuidado não confunda o gráfico de Altura manométrica x Vazão com o gráfico de NPH_r x $NPSH_d$



Ao obter a condição de operação do conjunto de bombas é preciso verificar se nessa nova condição, o $NPSH_d$ é suficiente.

$$IL = IJ + IK$$

$$MP = MN + MO$$

$$QT = QR + QS$$

$UV < QS + MN$ já que as bombas irão operar a vazões diferentes de M e Q, o incremento de vazão aumenta a perda de carga e a altura H fornecida pela bomba cai. Esse aumento de perda de carga é nitidamente visualizado pela inclinação da curva CS.

Se adotarmos 2 bombas iguais as curvas se sobrepõem e teremos a situação mostrada no slide a seguir



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



BOMBAS

Associação de Bombas

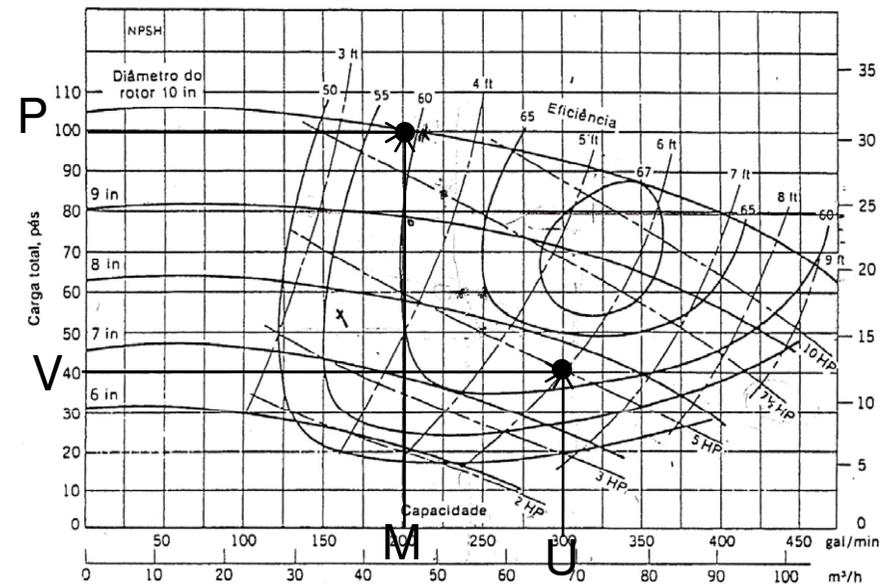
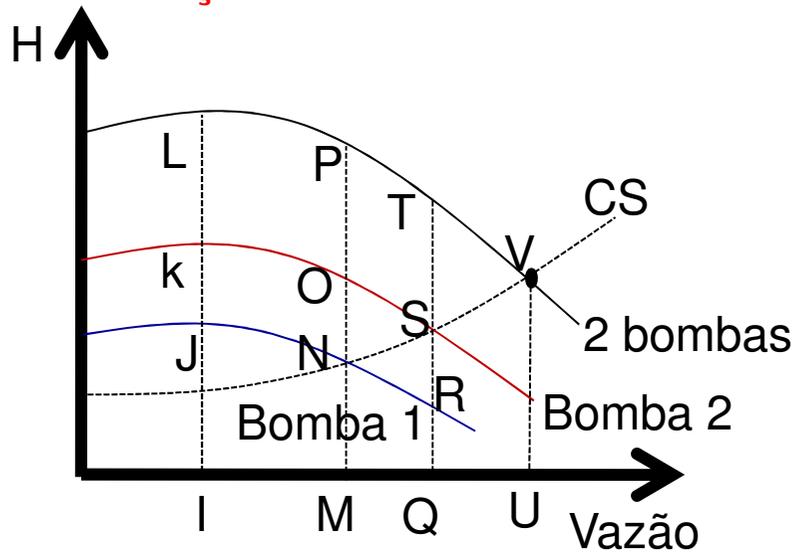


Figura A.16.2 - Modelo (tamanho) 3 x 4-10, da Goulds Pumps, Inc. a 1750 rpm⁹

Perceba que se o sistema diz que você precisa trabalhar com uma vazão U, para fornecer a altura manométrica V e você insiste em trabalhar com uma vazão menor M para a mesmo modelo, a especificação da bomba muda. Assim você estaria projetando uma bomba com capacidade P muito acima da necessária V. Cuidado a exigência do sistema é fixa, mas a alteração na posição da curva muda a dimensão e configuração da bomba. Cuidado a energia fornecida pela bomba deve garantir, vazão e altura. Lembre-se da mecânica dos fluidos "Bernoulli" uma forma de energia se convertendo em outra.



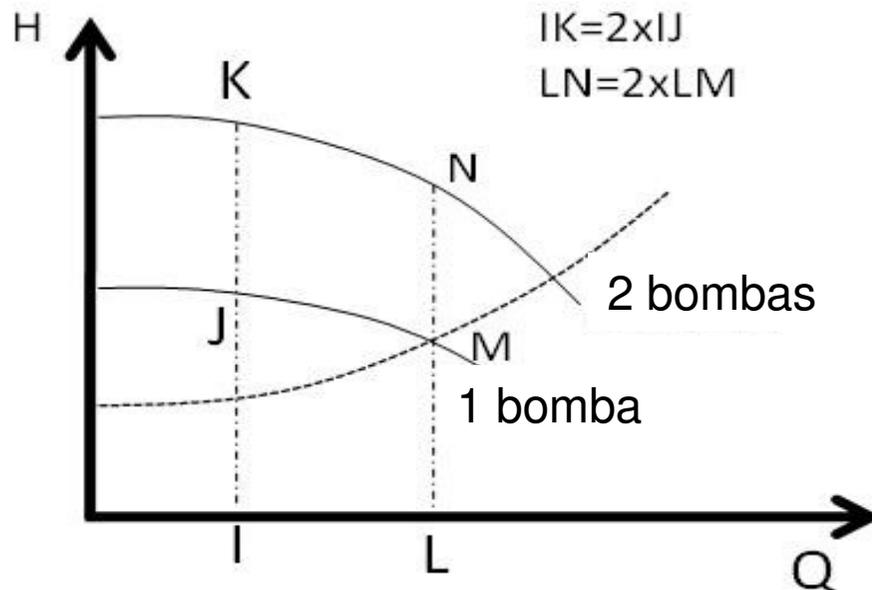
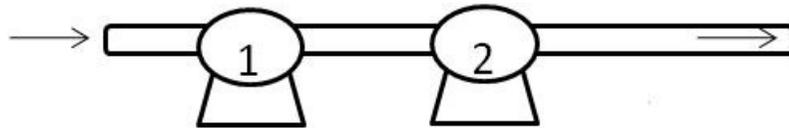
OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



BOMBAS

Associação de Bombas IGUAIS ←

a) **Em série:** quando duas bombas estão em série, as vazões se mantêm e as alturas manométricas totais se somam.



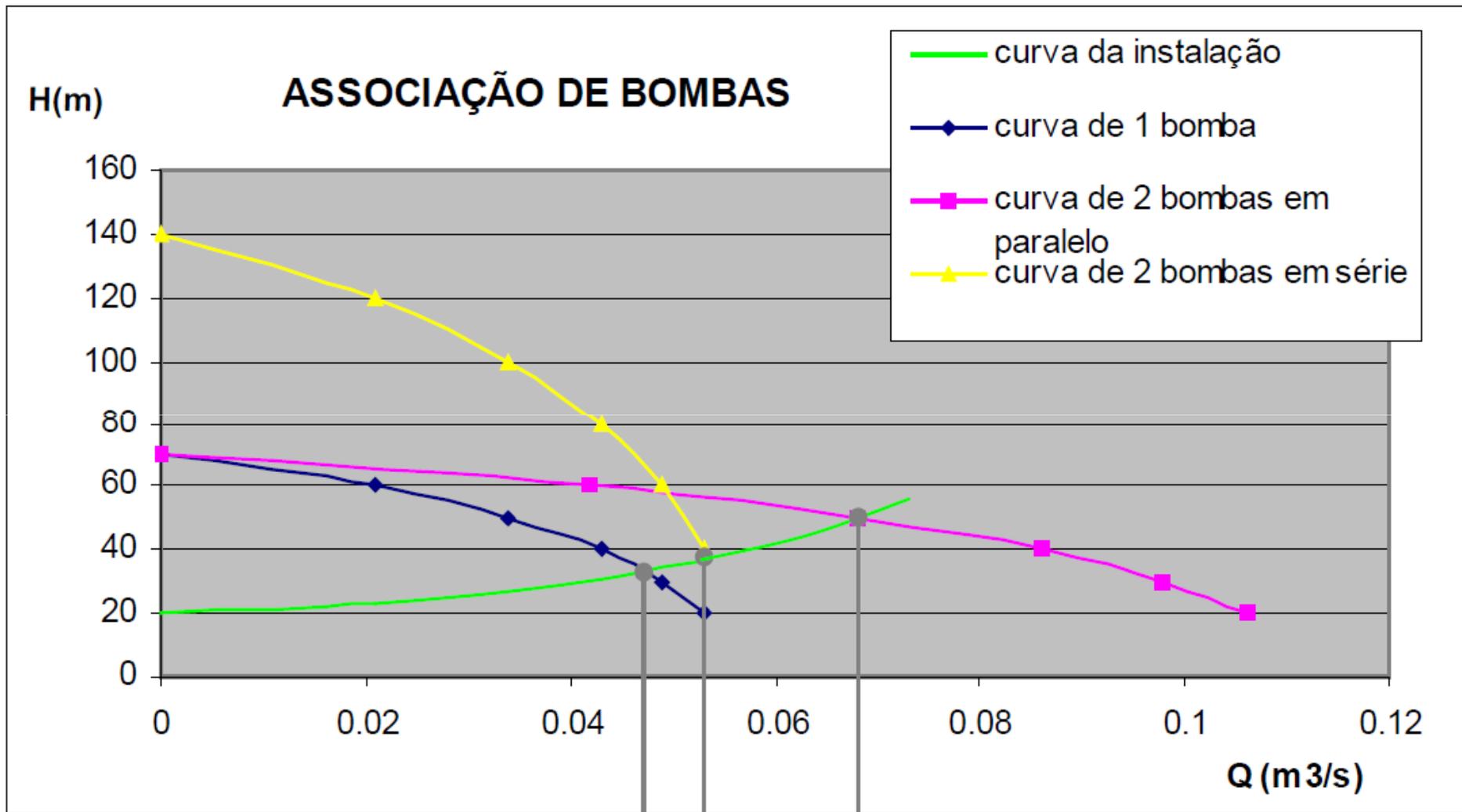
A bomba 1 recalca para sucção da bomba 2, na qual a água recebe nova transferência de energia.

No caso de bombas diferentes as curvas características se somam.

Aqui é preciso ter o cuidado de verificar se o flange da sucção da segunda bomba suporta a pressão de descarga da primeira.

A instalação das bombas deve preferencialmente ser feita em local seco, bem ventilado, facilmente acessível e com inspeção periódica e se possível abaixo do nível mínimo do reservatório (escorva).

Lembre-se a vazão que deixa uma bomba alimenta a outra, logo, não tem como a associação aumentar a vazão e sim a carga ou altura manométrica



Fonte: IPH/UFRGS/DHH
IPH01102



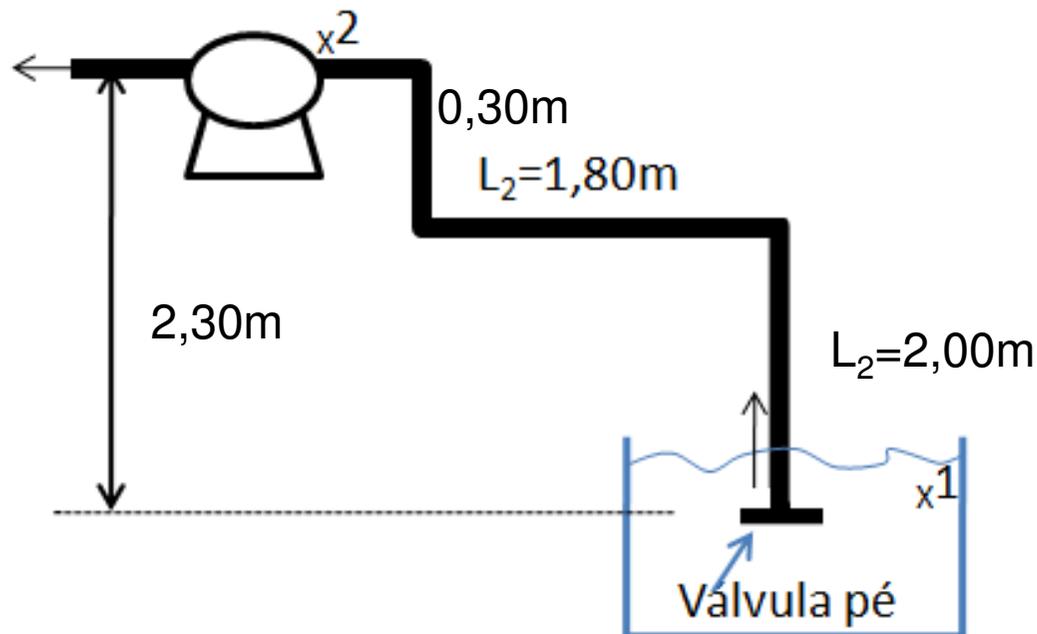
OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

Capítulo VII – Dimensionamento de Tubulações



1 - Cálculo de uma linha de sucção .

Ex: Dimensionar o diâmetro da tubulação de sucção (aço-galvanizado) de uma bomba como mostra a Figura abaixo:



Vazão máxima=540 L/min
Bocal de sucção da bomba=2,5in
Líquido bombeado: gasolina
Peso específico=790 kgf/m³
Viscosidade cinemática= $6 \cdot 10^{-6}$ m²/s
Pressão de vapor= 3520 kgf/m²
NPSH_r=1,9m (tirado da curva característica da bomba)
Tubulação aço galvanizado ($\epsilon/D=0,0015$)

Obs: arbitrar um diâmetro de 4 in, posteriormente avaliar a escolha e se necessário sugerir outro diâmetro.



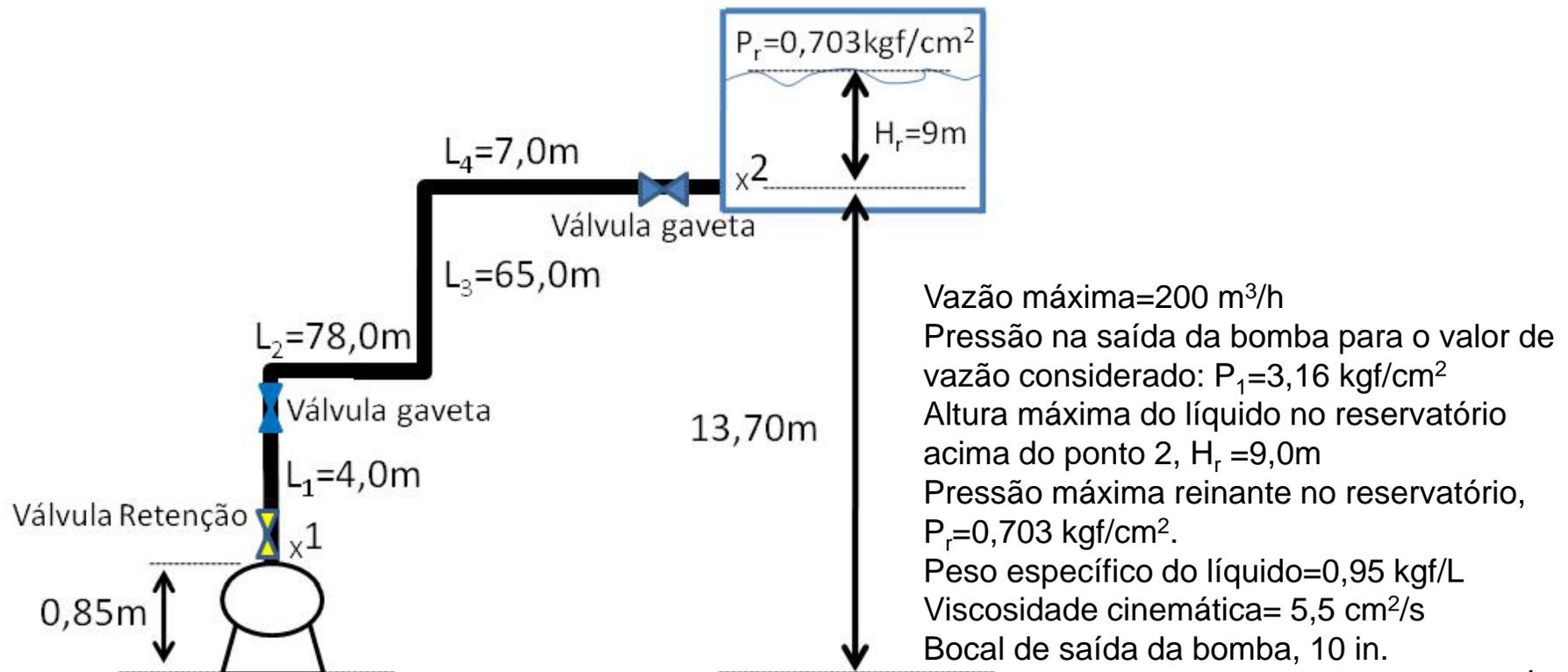
OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Capítulo V – Dimensionamento de Tubulações

2- Cálculo de uma linha de Recalque

Ex: Dimensionar o diâmetro que deverá ter a tubulação mostrada na figura abaixo, que vai do bocal de recalque de uma bomba até um reservatório elevado.





OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

Capítulo V – Dimensionamento de Tubulações



Solução: Cálculo da pressão no ponto 2 e comprimento equivalente.

Cálculo da pressão no ponto 2

$$P_2 = P_r + \gamma h_r = 0,703 + 0,95 \cdot 10^{-3} \times 900 = 1,56 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Vamos aplicar Bernoulli

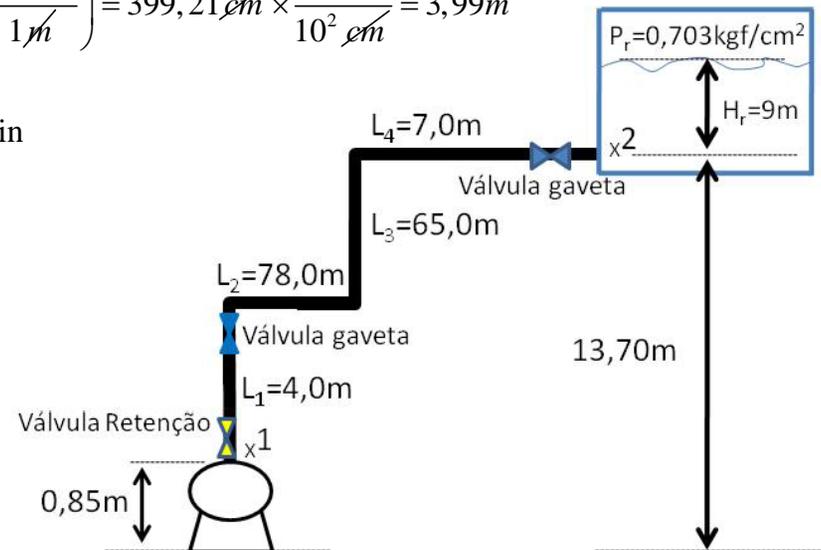
$$\left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + Z_1 \right) - \left(\frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + Z_2 \right) = h_{f \text{ que pode ser perdida por atrito}}$$

$$h_{f \text{ que pode ser perdida por atrito}} = \left(\frac{3,16}{0,95 \cdot 10^{-3}} + 0,85 \text{ m} \times \frac{10^2 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \right) - \left(\frac{1,56}{0,95 \cdot 10^{-3}} + 13,70 \text{ m} \times \frac{10^2 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \right) = 399,21 \text{ cm} \times \frac{1 \text{ m}}{10^2 \text{ cm}} = 3,99 \text{ m}$$

Cálculo do comprimento equivalente:

Novamente iremos arbitrar um valor para o diâmetro do tubo. Neste caso $D = 10 \text{ in}$

acessório	L_{eq}
02 válvulas gavetas ($L/D=35$)	17,80m
01 válvulas retenção ($L/D=75$)	19,00m
03 curvas 90° ($L/D=20$)	15,20m
Considere perda entrada no reservatório	10,00m
Comprimento dos trechos retos	154,00m
Total:	216,00m





OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Capítulo V – Dimensionamento de Tubulações

Solução: Cálculo do h_f para o diâmetro arbitrado de 10 in.

Para o $D=10\text{in}$ teremos:

$$D = 10 \cancel{\text{in}} \times \frac{1\text{m}}{39,37 \cancel{\text{in}}} = 0,254\text{m}$$

$$\text{Vamos calcular a velocidade: } v = \frac{Q}{\text{Area}} = \frac{\left(200 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \times \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} \right)}{\left(3,1415 \frac{(0,254)^2}{4} \text{m}^2 \right)} = 1,10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

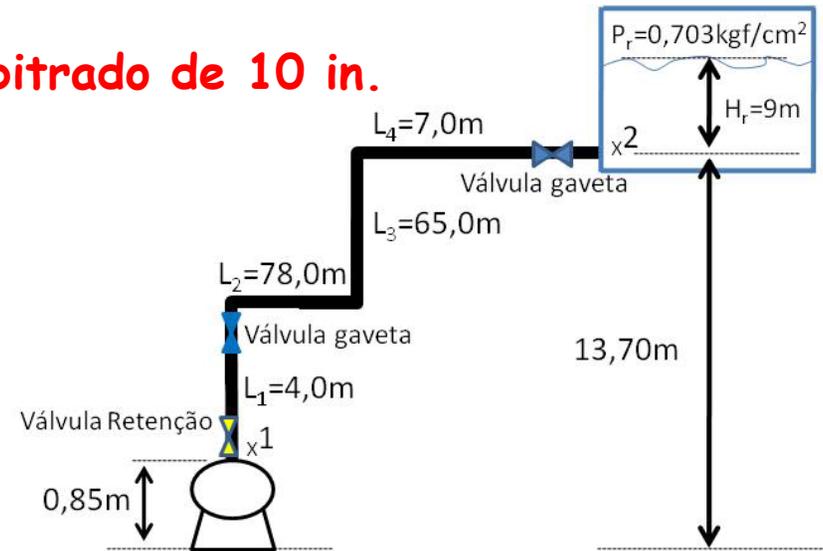
$$\text{Sabemos que: } Re = \frac{Dv}{\nu} = \frac{0,254 \times 1,10}{\left(5,5 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} \times \frac{1\text{m}}{10^4 \text{cm}^2} \right)} = 508, \text{ Portanto, trata-se do regime Laminar}$$

$$\text{Pelo Diagrama de Moody temos que: } f = \frac{64}{Re}$$

$$\text{Pela equação de Darcy teremos: } h_{f\text{para o } D=10\text{in}} = \frac{fL_{eq}v^2}{2Dg} = \frac{0,126 \times 216 \times 1,10^2}{2 \times 0,254 \times 9,81} = 6,60\text{m}$$

Percebemos que o $h_{f\text{para o } D=10\text{in}} > h_f$ que pode ser perdida por atrito

Sendo assim, será preciso arbitrar um outro diâmetro para o tubo, temos que diminuir a perda de carga, ou seja, aumentar o diâmetro Ex: 12 in, refaça e verifique se este é aceitável!!!!





OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Capítulo VI – ESCOAMENTO EM MEIOS POROSOS

Ref. Dynamics of fluids in Porous Media - J. Bear, American Elsevier, 1970.

Introdução: O escoamento de fluidos através de meios porosos tem sido estudado intensamente desde meados do século passado, com o objetivo principal de estabelecer relações entre queda de pressão e vazão. O pioneiro do estudo sobre escoamento em meios porosos foi o Engenheiro Civil Darcy (trabalhava com hidráulica subterrânea). O primeiro trabalho científico conhecido sobre este assunto é: Darcy, H., “Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon”, Dalmont, Paris, 590 (1856).

As aplicações dos Escoamentos em Meios Porosos são enormes:

Ex:

Eng. Petróleo;

Eng. Química: Reatore Químico

- Leito Fixo- Catalizador é o meio fixo
- Leito Fluidizado

Colunas de Recheio

- Absorção
- Destilação
- Umidificação

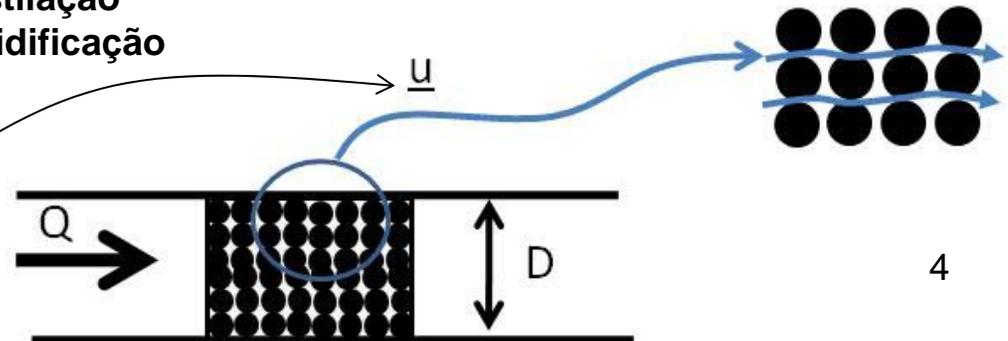
$$q = \frac{Q}{A} = \text{velocidade superficial}$$

$$A = \text{área vazia}; A = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$u = \frac{q}{\varepsilon} = \frac{Q}{A\varepsilon} = \text{velocidade intersticial}$$

$$\varepsilon \leq 1 \Rightarrow u \geq q$$

u : velocidade intersticial (relativa a área ocupada dentro dos poros)





OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Capítulo VII – ESCOAMENTO EM MEIOS POROSOS

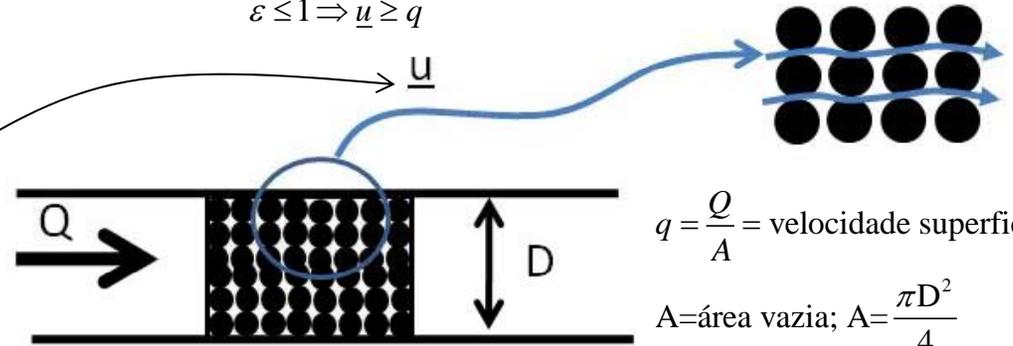
Escoamento Monofásico em Meios Porosos

$$\underline{u} = \frac{q}{\varepsilon} = \frac{Q}{A\varepsilon} = \text{velocidade intersticial}$$

$$\varepsilon \leq 1 \Rightarrow \underline{u} \geq q$$

O sólido é fixo e o fluido passa por ele:

\underline{u} : velocidade intersticial (relativa a área ocupada dentro dos poros)



7.1- Equacionamento (Eq. para o fluido escoando através da matriz porosa)

Equação da continuidade:

$$\frac{\partial(\varepsilon\rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon\rho\underline{u}) = 0$$

ou escrevendo em termo da velocidade superficial

$$\frac{\partial(\varepsilon\rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho q) = 0$$

Sendo ρ a densidade do fluido e ε a porosidade

Equação do Movimento:

$$\rho \left[\frac{\partial \underline{u}}{\partial t} + \underline{u} \cdot \nabla \underline{u} \right] = -\nabla P - \nabla \cdot \underline{\tau} + \rho \underline{b}$$

Equação do Movimento "adaptada para o escoamento em meio poroso":

$$\varepsilon\rho \left[\frac{\partial \underline{u}}{\partial t} + \underline{u} \cdot \nabla \underline{u} \right] = -\nabla P - \underline{m} + \rho \underline{b}$$

sendo: P- pressão que atua sobre o fluido

\underline{b} - intensidade do campo exterior

\underline{m} - força exercida pelo fluido sobre a matriz porosa por unidade de volume do meio poroso.

Considerando as seguintes hipóteses:

-fluido Newtoniano - fluido incompressível

-Aceleração nula \rightarrow Regime Permanente

$$\boxed{0 = -\nabla P - \underline{m} + \rho \underline{b}}$$



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Capítulo VII – ESCOAMENTO EM MEIOS POROSOS

Escoamento monofásico em Meios Porosos

7.2- A Força Resistiva \underline{m} : Correlacionada por Forchheimer (obtida por análise dimensional) para o escoamento monofásico (1 fluido apenas) de um fluido newtoniano a altas vazões.

$$\underline{m} = \frac{\mu}{k} \left[1 + \frac{c\sqrt{k\rho}\|q\|}{\mu} \right] q$$

sendo: k- permeabilidade do meio poroso, que só depende da matriz porosa [L²]

c- Parâmetro adimensional que só depende da Matriz porosa.

$$Re = \frac{c\sqrt{k\rho}\|q\|}{\mu}$$

No escoamento lento, $Re \ll 1$ teremos:

$\underline{m} = \frac{\mu}{k} q$, sendo μ uma propriedade do fluido e k uma propriedade da matriz porosa.

Esta equação mostra que nas condições em que não se verificam interações físico-químicas entre o fluido e a matriz porosa, o fluido manifesta-se através de sua viscosidade e a matriz porosa através da permeabilidade k. Substituindo esta equação na Equação do movimento teremos:

$$0 = -\nabla P - \underline{m} + \rho \underline{b} \Rightarrow \underline{m} = \frac{\mu}{k} q \Rightarrow \underline{m} = -\nabla P + \rho \underline{b} \rightarrow q = -\frac{k}{\mu} [\nabla P - \rho g] \quad (\text{Equação de Darcy})$$



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Capítulo VII – ESCOAMENTO EM MEIOS POROSOS

Escoamento monofásico em Meios Porosos

Definição de Pressão Piezométrica (IP)

$IP_1 = P_1 + \rho gh_1 \Rightarrow h_1$ – distância medida verticalmente para cima a partir de um referencial, neste caso, a base do tanque.

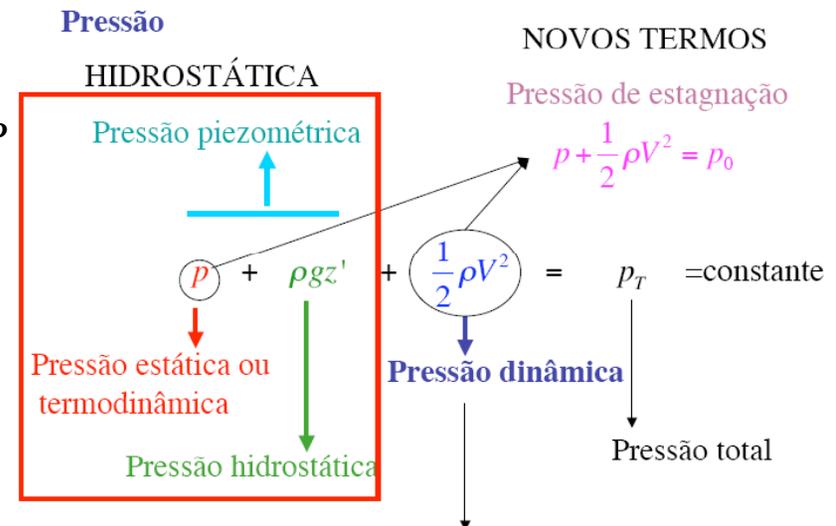
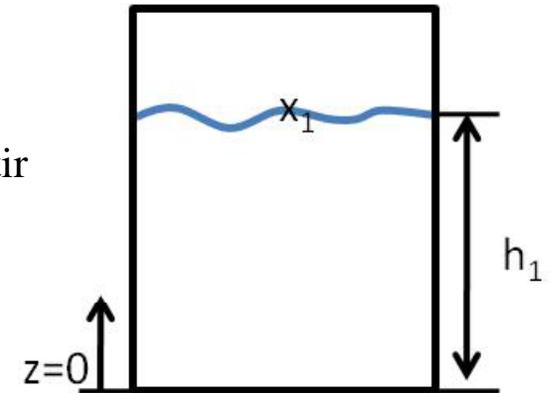
Ex: No escoamento incompressível:

$$-\nabla(\rho gh) = \rho g \quad \uparrow -h \text{ e } \downarrow \oplus g \quad \text{ou ainda } \Rightarrow \nabla(\rho gh) = -\rho g$$

Portanto, podemos escrever: $\nabla P - \rho g = \nabla(P + \rho gh) = \nabla IP$

Assim, poderemos escrever:

$$q = -\frac{k}{\mu} [\nabla P - \rho g] \quad (\text{Equação de Darcy}) \Rightarrow q = -\frac{k}{\mu} \nabla IP$$



Caracteriza o escoamento do fluido.
Valor de referência usado para normalizar pressões



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Capítulo VII – ESCOAMENTO EM MEIOS POROSOS

Escoamento monofásico em Meios Porosos

7.3 Caracterização Experimental da Porosidade

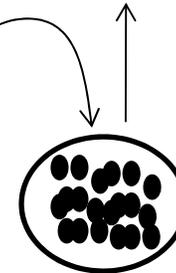
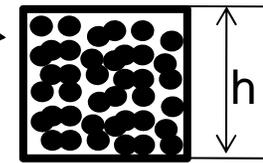
$$m_s = (1 - \varepsilon) Ah\rho_s \Rightarrow \boxed{\varepsilon = 1 - \frac{m_s}{Ah\rho_s}}$$

Exemplo: areia $\rightarrow m_s = 156g; \rho_s = 2,6 \frac{g}{cm^3}$

Recipiente $\rightarrow h=12,5cm \quad D=3,1cm \rightarrow A = \frac{\pi D^2}{4} = 7,6cm^2$

$$\varepsilon = 1 - \frac{m_s}{Ah\rho_s} = 1 - \frac{156}{7,55 \times 12,5 \times 2,6} = \textcircled{0,37}$$

Fração de volume de fluido





OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Capítulo VII – ESCOAMENTO EM MEIOS POROSOS

Escoamento monofásico em Meios Porosos

7.4 Permeabilidade e fator c

a) Escoamento incompressível e isotérmico:

Da Equação do movimento temos:

$$0 = -\nabla P - \left[\frac{\mu}{k} + \frac{c\rho q}{\sqrt{k}} \right] q + \rho \underline{b}$$

Considerando a direção z, teremos:

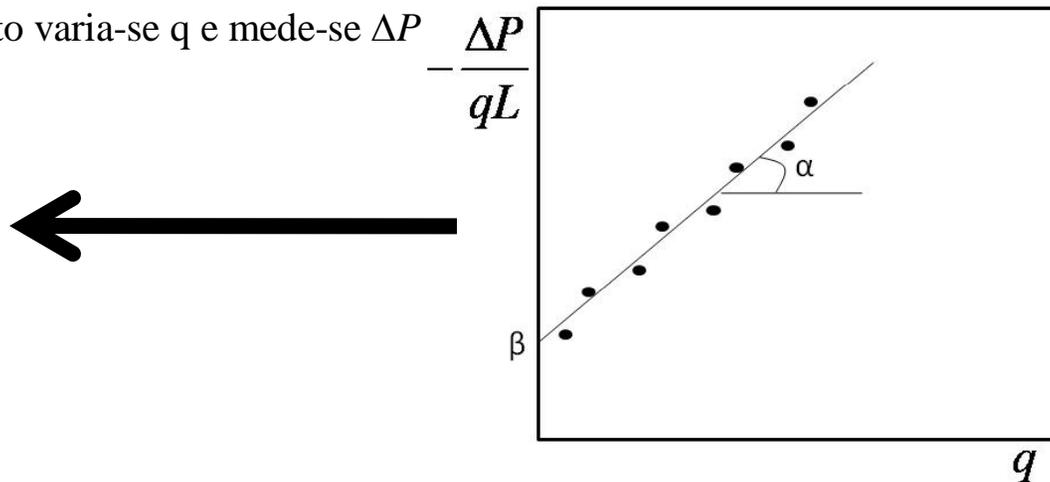
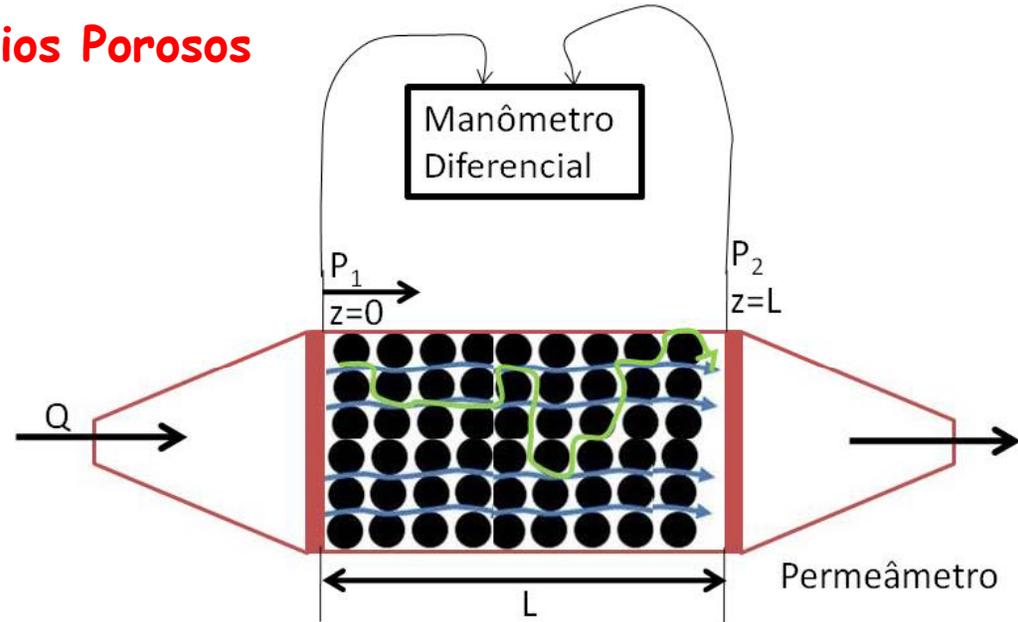
$$-\frac{dP}{dz} = \left[\frac{\mu}{k} + \frac{c\rho q}{\sqrt{k}} \right] q - \rho g_z$$

Integrando teremos:

$$-\frac{\Delta P}{L} = \left[\frac{\mu}{k} + \frac{c\rho q}{\sqrt{k}} \right] q \rightarrow \text{No experimento varia-se } q \text{ e mede-se } \Delta P$$

$$\beta = \frac{\mu}{k} \Rightarrow k = \frac{\mu}{\beta}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{c\rho}{\sqrt{k}} \Rightarrow c = \frac{\text{tg } \alpha \sqrt{k}}{\rho}$$





OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

Capítulo VII – ÊSCOAMENTO EM MEIOS POROSOS



Escoamento monofásico em Meios Porosos

7.5 Equações Empíricas para Estimativa de c e k.

7.5.1 – Equações para k:

a) Kozeny-Carman (oriunda do modelo capilar, o meio poroso tratado como um feixe de dutos).

$$k = \frac{(\overline{dp\phi})^2 \varepsilon^3}{36\beta(1-\varepsilon)^2}, \quad \text{sendo que } 36\beta = 180 \text{ para partículas não esféricas e } 150 \text{ para esféricas.}$$

b) Meyer & Smith (1985) (meios consolidados ou não)

$$k = \frac{(\overline{dp\phi})^2 \varepsilon^{4,1}}{90(1-\varepsilon)^2}$$

c) Leva(1949) (meios não consolidados)

$$k = \frac{(\overline{dp\phi})^2 \varepsilon^3}{200(1-\varepsilon)^2}$$



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

Capítulo VII – ÊSCOAMENTO EM MEIOS POROSOS



Escoamento monofásico em Meios Porosos

7.5 Equações Empíricas para Estimativa de c e k.

7.5.1 – Equações para c:

$$a) \text{ Ergun } \Rightarrow c = \frac{0,14}{\varepsilon^{3/2}}$$

A correlação de Ergun fornece bons resultados para meios com porosidade da ordem de 40% ($0,36 < \varepsilon < 0,45$) e na estreita faixa de permeabilidade entre 10^{-5} e 10^{-4} cm^2 .

$$k = \frac{(\text{dp}\phi)^2 \varepsilon^3}{150(1-\varepsilon)^2}; \quad c = \frac{0,14}{\varepsilon^{3/2}}$$



A Equação de Ergun extensamente utilizada na literatura da Eng. Química foi obtida a partir da Eq. de Darcy com k e c expressos por:

Sendo assim teremos:

$$-\frac{\Delta P}{L} = \left[\frac{\mu}{k} + \frac{c\rho q}{\sqrt{k}} \right] q \Rightarrow \boxed{-\frac{\Delta P}{L} = \frac{150(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu q}{(\text{dp}\phi)^2} + 1,75 \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \frac{\rho q^2}{(\text{dp}\phi)}}$$

b) Costa e Massarani (1983)

$$c = \frac{1}{\varepsilon^{3/2}} \left[0,13 \left(\frac{k_o}{k} \right)^{0,37} + 0,10 \left(\frac{k_o}{k} \right)^{0,01} \right]^{0,98} \quad 10^{-9} < k < 10^{-3} \text{ cm}^2 \quad \text{e} \quad k_o = 10^{-6} \text{ cm}^2$$



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

Capítulo VII – ÊSCOAMENTO EM MEIOS POROSOS

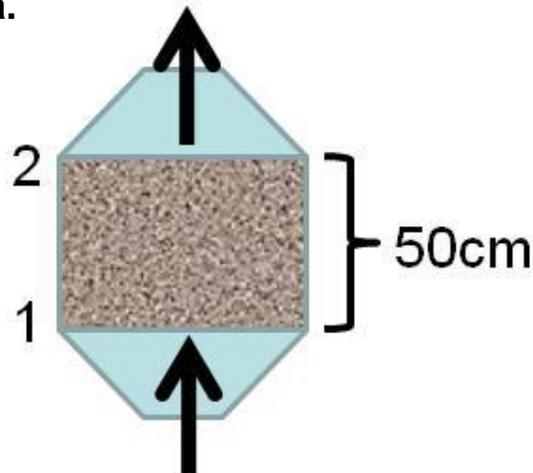


Escoamento monofásico em Meios Porosos

Ex: Um condensador secundário se SO_2 contém uma camada de catalisador de 50 cm de espessura. As partículas do catalisador tem forma de cilindros equiláteros de $dp=6,9\text{mm}$, a porosidade do leito é de 0,35, o gás entra no conversor a 410°C e deixa o conversor a 600°C . Com a seguinte composição:

	SO_3	SO_2	O_2	N_2
Alimentação (% molar)	6,6	1,7	10,0	81,7
Produto (%molar)	8,2	0,2	9,3	82,3

O fluxo mássico do gás é de $G=400\text{lb}/(\text{h}\cdot\text{ft}^2)$. Sabendo que os dados experimentais revelam que a temperatura varia linearmente com z , calcular a queda de pressão no conversor, sendo que a descarga é feita a pressão atmosférica.





OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

Capítulo VII – ÊSCOAMENTO EM MEIOS POROSOS



Escoamento monofásico em Meios Porosos

Ex:

A temperatura varia linearmente com z, direção vertical:

$$T = a + bz \begin{cases} z = 0 \rightarrow T_1 = a \\ z = L \rightarrow T_2 = a + bL \end{cases} \Rightarrow \bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2} = a + \frac{bL}{2}$$

$$0 = -\nabla P - \left[\frac{\mu}{k} + \frac{c\rho q}{\sqrt{k}} \right] q + \rho \underline{b}$$

Considerando a direção z, teremos:

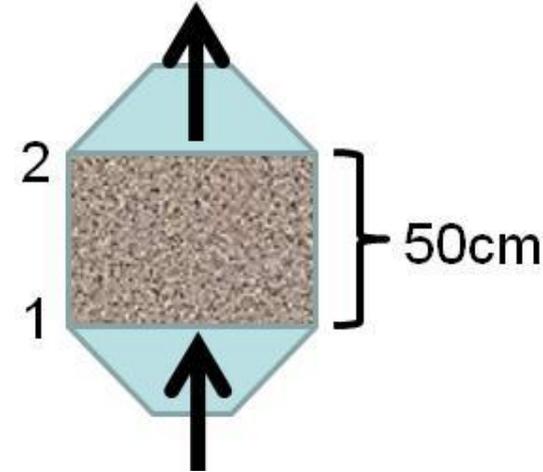
$$-\frac{dP}{dz} = \left[\frac{\mu}{k} + \frac{c\rho q}{\sqrt{k}} \right] q - \cancel{\rho g} \text{ desprezível temperatura alta e gás, } \rho \downarrow \square 0$$

Agora como se trata de um gás, iremos expressar em termos de massa:

Devido a compressibilidade do fluido. $\Rightarrow G = \rho q$, multiplicando a expressão por ρ :

$$\left[-\frac{dP}{dz} = \left[\frac{\mu}{k} + \frac{c\rho q}{\sqrt{k}} \right] q \right] \times \rho$$

$$-\rho \frac{dP}{dz} = \left[\frac{\mu}{k} + \frac{c\rho q}{\sqrt{k}} \right] \rho q \Rightarrow \boxed{-\rho \frac{dP}{dz} = \left[\frac{\mu}{k} + \frac{cG}{\sqrt{k}} \right] G}$$





OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

Capítulo VII – ÊSCOAMENTO EM MEIOS POROSOS



Escoamento monofásico em Meios Porosos

Atenção não é isotérmico, não será possível integrar como anteriormente.

$$\rho = \frac{PM}{RT}$$

$$-\frac{PM}{RT} \frac{dP}{dz} = \left(\frac{\mu}{k} G + \frac{cG^2}{\sqrt{k}} \right) \rightarrow -\frac{M}{R} P dP = \left(\frac{\mu}{k} G + \frac{cG^2}{\sqrt{k}} \right) T dz$$

$$\text{Sendo: } \int_0^L T dz = \int_0^L [a + bz] dz = L \left(a + \frac{bL}{2} \right) = L\bar{T}$$

Integrando e admitindo constante \bar{M} e $\bar{\mu}$ teremos:

$$\frac{\bar{M}}{R} \frac{(P_1^2 - P_2^2)}{2} = \left(\frac{\bar{\mu}}{k} G + \frac{cG^2}{\sqrt{k}} \right) L\bar{T}$$

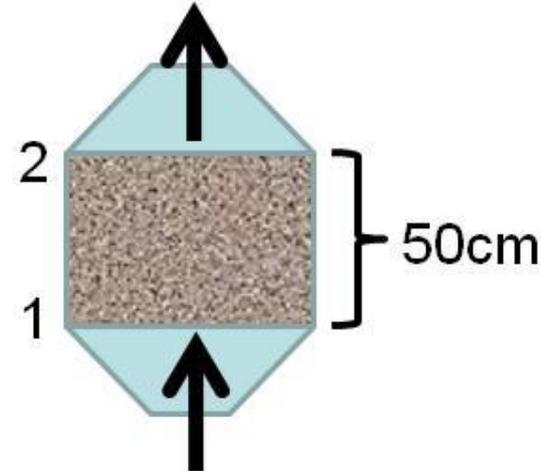
Propriedades do fluido:

$$\text{Massa molecular: } M = \sum_i (y_i M_i)$$

$$\text{Na entrada temos: } M_1 = 32,4 \frac{g}{g-mol} \text{ e na Saída: } M_2 = 32,7 \frac{g}{g-mol} = \bar{M} = 32,5 \frac{g}{g-mol}$$

Viscosidade: Estimativa para a viscosidade para mistura gasosas:

$$\mu = \frac{\sum_i (y_i \mu_i M_i^{1/2})}{\sum_i (y_i M_i^{1/2})} \Rightarrow \text{Alimentação: } \mu_1 = 0,032 \text{ cP} \quad \text{Saída: } \mu_2 = 0,041 \text{ cP} \Rightarrow \bar{\mu} = 0,037 \text{ cP}$$





OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

Capítulo VII – ÊSCOAMENTO EM MEIOS POROSOS



Propriedades do meio Poroso.

$\varepsilon=0,35$; $\phi=0,874$; $dp=\overline{dp}=6,9\text{mm}$ (partículas uniformes);

Pela Equação de Kozeny-Carman temos:

$$k = \frac{(dp\phi)^2 \varepsilon^3}{180(1-\varepsilon)^2} = \frac{(6,9 \cdot 10^{-1} \times 0,874)^2 \times 0,35^3}{180(1-0,35)^2} = 2,05 \cdot 10^{-4} \text{cm}^2$$

Pela Equação de Costa e Massarani (1983) temos:

$$c = \frac{1}{\varepsilon^{3/2}} \left[0,13 \left(\frac{k_o}{k} \right)^{0,37} + 0,10 \left(\frac{k_o}{k} \right)^{0,01} \right]^{0,98} \quad \text{sendo } k_o = 10^{-6} \text{cm}^2$$

$$c = \frac{1}{0,35^{3/2}} \left[0,13 \left(\frac{10^{-6}}{2,05 \cdot 10^{-4}} \right)^{0,37} + 0,10 \left(\frac{10^{-6}}{2,05 \cdot 10^{-4}} \right)^{0,01} \right]^{0,98} = 0,57$$

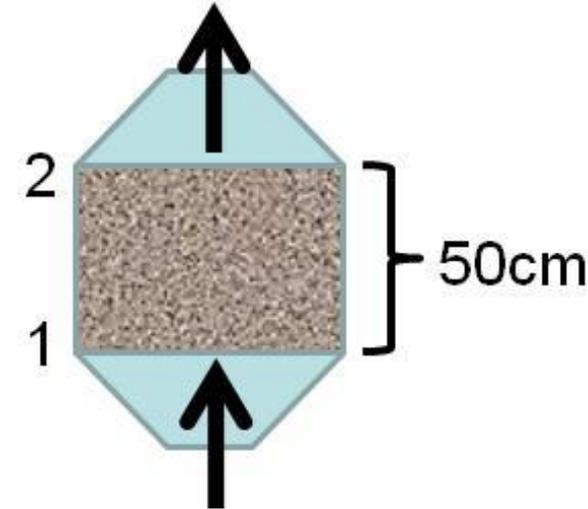
Retornando á nossa Equação teremos: (sendo $P_2 = \text{atmosférica} = 1,01325 \cdot 10^6 \frac{\text{dinas}}{\text{cm}^2}$)

$$\overline{\mu} = 0,037 \text{cP} ; \overline{M} = 32,5 \frac{\text{g}}{\text{g-mol}} ; L = 50 \text{cm}; G = 400 \frac{\text{lb}_m}{\text{ft}^2 \cdot \text{h}} \times \frac{453,59 \text{g}}{1 \text{lb}_m} \frac{1 \text{h}}{3600 \text{s}} \frac{(1 \text{ft})^2}{(30,48 \text{cm})^2} = 5,42 \cdot 10^{-2} \frac{\text{g}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$$

$$e \overline{T} = \frac{(410 + 273,15) + (600 + 273,15)}{2} = 778,15 \text{K} \Rightarrow \boxed{\frac{\overline{M}}{R} \frac{(P_1^2 - P_2^2)}{2} = \left(\frac{\overline{\mu}}{k} G + \frac{cG^2}{\sqrt{k}} \right) L \overline{T}}$$

$$P_1 - P_2 = 21,31 \text{cmH}_2\text{O}$$

$$\frac{32,5}{8,314 \cdot 10^7} \frac{(P_1^2 - (1,01325 \cdot 10^6)^2)}{2} = \left(\frac{0,037 \cdot 10^{-2}}{2,05 \cdot 10^{-4}} 5,42 \cdot 10^{-2} + \frac{0,57 (5,42 \cdot 10^{-2})^2}{\sqrt{2,05 \cdot 10^{-4}}} \right) 50 \times 778,15 \Rightarrow P_1 = 1034131,97 \frac{\text{dina}}{\text{cm}^2}$$





OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

Capítulo VII – ÊSCOAMENTO EM MEIOS POROSOS



4- Perda de Carga no escoamento Incompressível em Meio Poroso

$$\frac{\Delta P}{\rho} + \frac{\Delta \langle v \rangle^2}{2} + g\Delta z = \bar{W} - W_A$$

$$\frac{\Delta P}{\rho} \Rightarrow \text{Energia de Pressão}$$

$$\frac{\Delta \langle v \rangle^2}{2g} \Rightarrow \text{Energia de velocidade (cinética)}$$

A forma mais clássica expressa em unidade de comprimento é:

$$\frac{\Delta P}{\rho g} + \frac{\Delta \langle v \rangle^2}{2g} + \Delta z = C - h_f$$

Para a situação onde não há a presença de uma bomba, teremos:

$$\frac{\Delta P}{\rho g} + \frac{\Delta \langle v \rangle^2}{2g} + \Delta z = \cancel{C} - h_f \Rightarrow \frac{\Delta P}{\rho g} + \frac{\Delta \langle v \rangle^2}{2g} + \Delta z = -h_f$$

Tubulações idênticas

ou ainda:

$$\frac{\Delta P}{\rho} + g\Delta z = -W_A$$

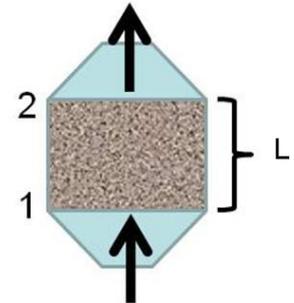
O interesse agora é escrever esta equação em termos de Pressão piezométrica, já que em escoamentos na direção vertical e com líquidos a contribuição da pressão associada a coluna de líquido não pode ser desprezada.

$g\Delta z \Rightarrow$ Energia de altura (potencial gravitacional)

$\bar{W} \Rightarrow$ Energia fornecida ao fluido pela bomba

$W_A \Rightarrow$ Energia dissipada devido ao atrito

Obs: onde lê-se energia nos itens acima, está subentendido que trata-se de energia por unidade de massa do fluido.



$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} + g\Delta z = -W_A \Rightarrow \frac{P_2 + \rho g z_2 - P_1 - \rho g z_1}{\rho} = -W_A$$

$$\therefore \frac{\Delta IP}{\rho} = -W_A \Rightarrow -\Delta IP = -W_A \rho \leftarrow \text{corrigir aqui}$$

$$\Delta IP = -W_A \rho$$



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

Capítulo VII – ÊSCOAMENTO EM MEIOS POROSOS



4- Perda de Carga no Escoamento Incompressível em Meio Poroso

Do escoamento incompressível mostramos que:

a) Escoamento incompressível e isotérmico:

Da Equação do movimento temos:

$$0 = -\nabla P - \left[\frac{\mu}{k} + \frac{c\rho q}{\sqrt{k}} \right] q + \rho \underline{b}$$

Considerando a direção z (agora na vertical a aceleração do campo gravitacional deve ser considerada), teremos:

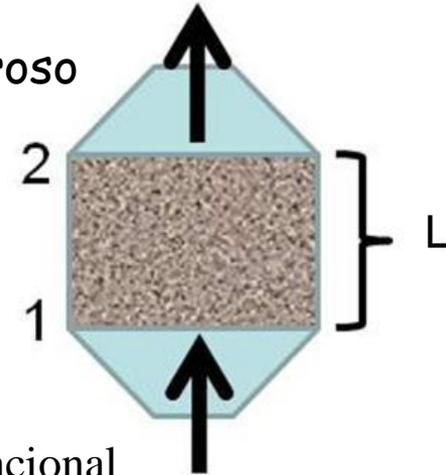
$$\rho \underline{b} = -\rho g_z \Rightarrow -\frac{dP}{dz} - \rho g_z = \left[\frac{\mu}{k} + \frac{c\rho q}{\sqrt{k}} \right] q \rightarrow -\frac{d(P + \rho g z)}{dz} = \left[\frac{\mu}{k} + \frac{c\rho q}{\sqrt{k}} \right] q$$

Integrando teremos:

$$-\frac{\Delta P}{L} = \left[\frac{\mu}{k} + \frac{c\rho q}{\sqrt{k}} \right] q$$

Aplicando entre os pontos 1 e 2 teremos:

$$\frac{\Delta P}{\rho} = -W_A \Rightarrow \boxed{W_A = \frac{L}{\rho} \left[\frac{\mu}{k} + \frac{c\rho q}{\sqrt{k}} \right] q \div g} \Rightarrow \boxed{h_{tA} = \frac{L}{\rho g} \left[\frac{\mu}{k} + \frac{c\rho q}{\sqrt{k}} \right] q}$$



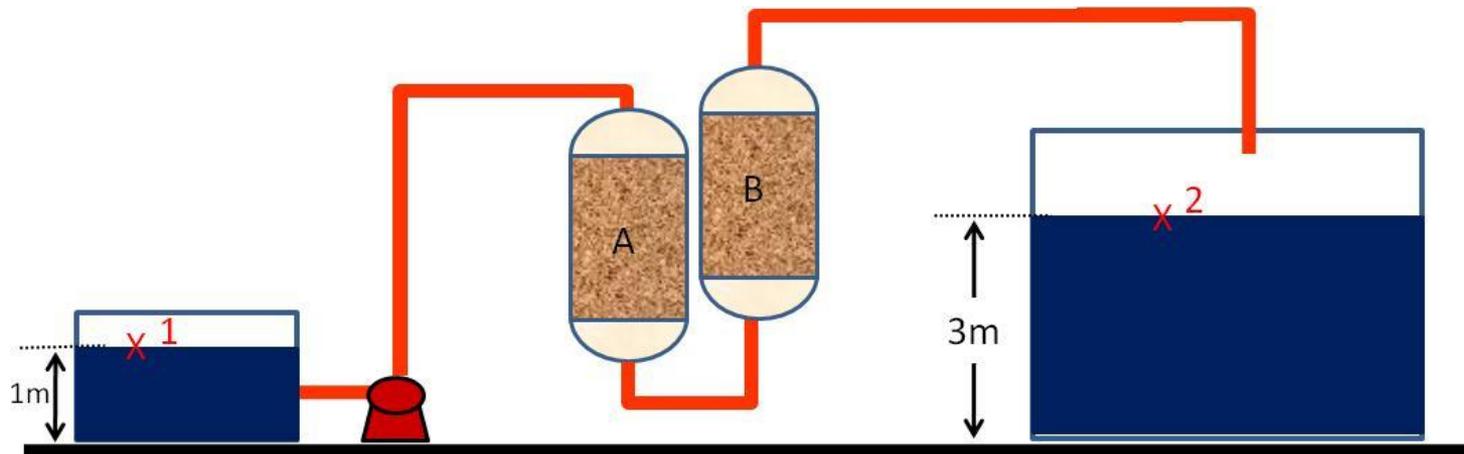


OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

Capítulo VII – ÊSCOAMENTO EM MEIOS POROSOS



Exemplo: Determinar a potência da bomba que opera com uma vazão de $10\text{m}^3/\text{h}$ a 25°C . Considere que a perda de carga na tubulação seja desprezível em relação ao meio poroso. Considere o fluido sendo água.



Dados: Coluna A

Diâmetro da coluna=30cm

Altura do recheio=80cm

Porosidade=0,43

Esfericidade das partículas

do recheio=0,65

$X=1-e^{-(dp/1,3)^{1,83}}$

$D_{p_{\text{médio}}}=0,655\text{mm}$

Dados: Coluna B

Diâmetro da coluna=50cm

Altura do recheio=60cm

Porosidade=0,38

Esfericidade das partículas

do recheio=1

$D_p=0,6\text{mm}$ (todas tem o mesmo tamanho)



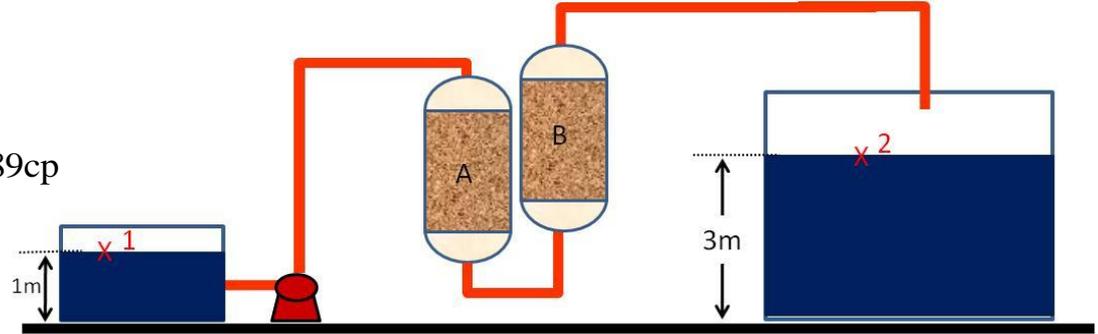
OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

Capítulo VII – ÊSCOAMENTO EM MEIOS POROSOS



Exemplo: Solução

Propriedades do fluido (água): $\rho=1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$; $\mu=0,89\text{cp}$



Propriedades do meio Poroso.

Coluna A

$$\varepsilon=0,43; \phi=0,65; dp=\overline{dp}=0,655\text{mm};$$

Pela Equação de Kozeny-Carman temos:

$$k=\frac{(dp\phi)^2 \varepsilon^3}{180(1-\varepsilon)^2}=\frac{(0,655\cdot 10^{-1}\times 0,65)^2 \times 0,43^3}{180(1-0,43)^2}=2,5\cdot 10^{-6}\text{cm}^2$$

Pela Equação de Costa e Massarani (1983) temos:

$$c=\frac{1}{\varepsilon^{3/2}}\left[0,13\left(\frac{k_o}{k}\right)^{0,37}+0,10\left(\frac{k_o}{k}\right)^{0,01}\right]^{0,98} \text{ sendo } k_o=10^{-6}\text{cm}^2$$

$$c=\frac{1}{0,43^{3/2}}\left[0,13\left(\frac{10^{-6}}{2,5\cdot 10^{-6}}\right)^{0,37}+0,10\left(\frac{10^{-6}}{2,5\cdot 10^{-6}}\right)^{0,01}\right]^{0,98}=0,70$$

Propriedades do meio Poroso.

Coluna B

$$\varepsilon=0,38; \phi=1; dp=\overline{dp}=0,6\text{mm(tamanho uniforme)};$$

Pela Equação de Kozeny-Carman temos:

$$k=\frac{(dp\phi)^2 \varepsilon^3}{150(1-\varepsilon)^2}=\frac{(0,6\cdot 10^{-1}\times 1)^2 \times 0,38^3}{150(1-0,38)^2}=3,4\cdot 10^{-6}\text{cm}^2$$

Pela Equação de Costa e Massarani (1983) temos:

$$c=\frac{1}{\varepsilon^{3/2}}\left[0,13\left(\frac{k_o}{k}\right)^{0,37}+0,10\left(\frac{k_o}{k}\right)^{0,01}\right]^{0,98} \text{ sendo } k_o=10^{-6}\text{cm}^2$$

$$c=\frac{1}{0,38^{3/2}}\left[0,13\left(\frac{10^{-6}}{3,4\cdot 10^{-6}}\right)^{0,37}+0,10\left(\frac{10^{-6}}{3,4\cdot 10^{-6}}\right)^{0,01}\right]^{0,98}=0,80$$



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

Capítulo VII – ÊSCOAMENTO EM MEIOS POROSOS

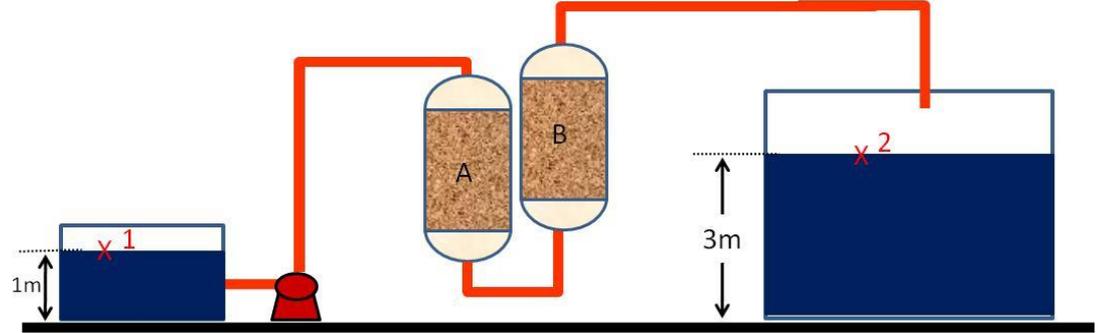


Exemplo: Solução

Vimos que:

$$\frac{\Delta P}{\rho} \Big|_{P_1=P_2=Patm} + \frac{\Delta(v)^2}{2} \Big|_{v_1 \approx v_2} + g\Delta z = \bar{W} - W_A \div g$$

$$\Delta z = C - h_{tA}$$



Porém, provamos que para este tipo de situação a expressão abaixo é válida:

$$h_{tA} = \frac{L}{\rho g} \left[\frac{\mu}{k} + \frac{c\rho q}{\sqrt{k}} \right] q$$

Perceba que as colunas possuem propriedades distintas: elas apresentam q , c , k e L diferentes.

Neste caso, devemos aplicar a expressão acima para cada coluna e estimar o valor de h_{tA} para cada coluna.

Para a coluna A teremos:

$$h_{tA} = \frac{L}{\rho g} \left[\frac{\mu}{k} + \frac{c\rho q}{\sqrt{k}} \right] q$$

$$\Rightarrow q = \frac{Q}{A} = \frac{10 \frac{m^3}{h} \times \frac{10^6 cm^3}{1m^3} \frac{1h}{3600s}}{\left(3,1415 \frac{(30^2)}{4} \right)} = 3,93 \frac{cm}{s}$$

$$\Rightarrow h_{tA} = \frac{80}{1 \times 981} \left[\frac{0,89 \cdot 10^{-2}}{2,5 \cdot 10^{-6}} + \frac{0,70 \times 1 \times 3,93}{\sqrt{2,5 \cdot 10^{-6}}} \right] \times 3,93 = 1700 cm$$

$$h_{tA-colA} = 1700 cm \times \frac{1m}{100cm} = 17,0m$$

Para a coluna B teremos:

$$h_{tA} = \frac{L}{\rho g} \left[\frac{\mu}{k} + \frac{c\rho q}{\sqrt{k}} \right] q$$

$$\Rightarrow q = \frac{Q}{A} = \frac{10 \frac{m^3}{h} \times \frac{10^6 cm^3}{1m^3} \frac{1h}{3600s}}{\left(3,1415 \frac{(50^2)}{4} \right)} = 1,41 \frac{cm}{s}$$

$$\Rightarrow h_{tA} = \frac{60}{1 \times 981} \left[\frac{0,89 \cdot 10^{-2}}{3,4 \cdot 10^{-6}} + \frac{0,80 \times 1 \times 1,41}{\sqrt{3,4 \cdot 10^{-6}}} \right] \times 1,41 = 278,50 cm$$

$$h_{tA-colB} = 278,50 cm \times \frac{1m}{100cm} = 2,78m$$



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

Capítulo VII – ÊSCOAMENTO EM MEIOS POROSOS



Exemplo: Solução

Portanto teremos:

$$\Delta z = C - h_{tA} \rightarrow h_{tA} = (h_{tA-colA} + h_{tA-colB})$$

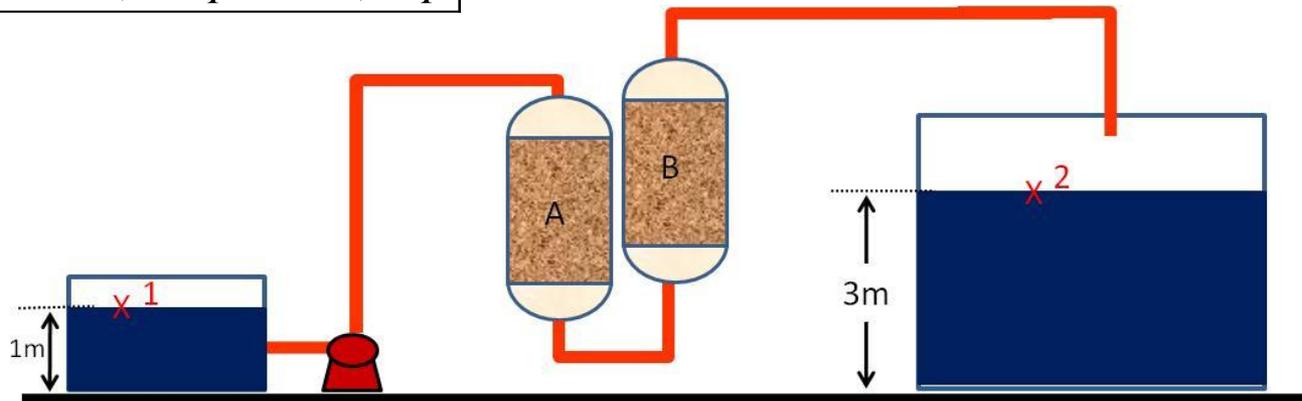
$$C = \Delta z + (h_{tA-colA} + h_{tA-colB}) = [3 - 1] + 19,8 = 21,8m$$

O cálculo da potência da bomba será:

$$Pot = \frac{Q \times C \times \gamma}{\eta} \Rightarrow \text{Consideremos uma eficiência de 60\%, sabendo que: } \gamma = \rho g$$

$$Pot = \frac{\left(10 \frac{m^3}{h} \times \frac{1h}{3600s}\right) \times 21,8 \times 1000 \times 9,8}{0,6} = 989,07 \cancel{w} \times \frac{1hp}{745,70 \cancel{w}} = 1,33hp$$

$$Pot = 1,33hp \Rightarrow \square 1,5hp$$





OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

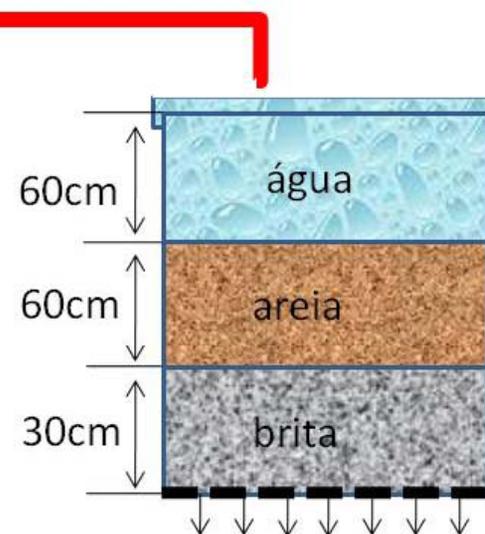


Capítulo VII – ESCOAMENTO EM MEIOS POROSOS

Exemplo: estimar a capacidade ($\text{m}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{h})$) do filtro de areia abaixo esquematizado, operando com água a 20°C . A primeira camada, com porosidade 0,37, é constituída de areia com a seguinte granulometria:

Sistema Tyler	% de massa retida
-14+20	20
-20+28	60
-28+35	20

A segunda camada, com porosidade 0,43, é constituída de brita com 1,3cm de diâmetro. A esfericidade da areia e da brita pode ser considerada como sendo 0,7.





OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

Capítulo VII – ÊSCOAMENTO EM MEIOS POROSOS



Exemplo: **Solução**

Primeiro vamos calcular o diâmetro médio das partículas de areia, conforme a distribuição de tamanho fornecida. **Valores tabelados**

Sistema Tyler	% de massa retida	Diâmetro(mm)
-14+20	20	0,841
-20+28	60	0,595
-28+35	20	0,420

Usando o método clássico e mais direto:

$$\bar{D} = \frac{1}{\sum_i \frac{(\Delta X)_i}{D_i}}$$

diâmetro médio de cada faixa

$$\bar{D} = \frac{1}{\left(\frac{0,20}{\frac{1,19+0,841}{2}}\right) + \left(\frac{0,60}{\frac{0,841+0,595}{2}}\right) + \left(\frac{0,20}{\frac{0,595+0,420}{2}}\right)} = 0,70mm$$

Adotando o Modelo RRB para Regressão, encontraremos os seguintes parâmetros:

$$X = 1 - e^{-\left(\frac{D}{d'}\right)^n} \Rightarrow d' = 0,77 \text{ e } n = 5,87$$

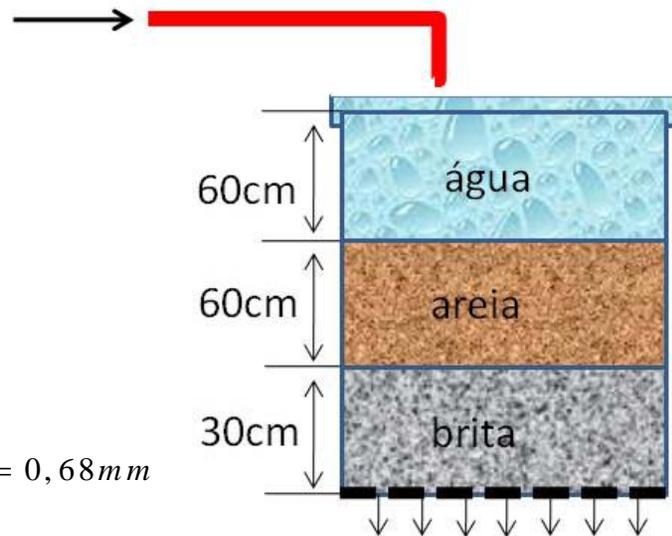
Vimos que:

Tabela 1- Diâmetro médio de Sauter \bar{D}

Modelo	Diâmetro de Sauter, \bar{D}
RRB	$\frac{d'}{\Gamma\left(1 - \frac{1}{n}\right)}$; $n > 1$

Veja na próxima transparência como foi calculado.

$$\bar{D} = \frac{d'}{\Gamma\left(1 - \frac{1}{n}\right)} = \frac{0,73}{\Gamma\left(1 - \frac{1}{5,87}\right)} = \frac{0,73}{\Gamma(0,83)} = \frac{0,73}{\Gamma(1,83) / 0,83} = \frac{0,73}{0,94 / 0,83} = 0,68mm$$





OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1



Prof. Duarte, C. R.

TABLE 20	GAMMA FUNCTION
	$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1}e^{-t} dt$ for $1 \leq x \leq 2$
	[For other values use the formula $\Gamma(x+1) = x \Gamma(x)$]

[For other values use the formula $\Gamma(x+1) = x \Gamma(x)$]

x	$\Gamma(x)$
1.00	1.00000
1.01	.99433
1.02	.98884
1.03	.98355
1.04	.97844
1.05	.97350
1.06	.96874
1.07	.96415
1.08	.95973
1.09	.95546
1.10	.95135
1.11	.94740
1.12	.94359
1.13	.93993
1.14	.93642
1.15	.93304
1.16	.92980
1.17	.92670
1.18	.92373
1.19	.92089
1.20	.91817
1.21	.91558
1.22	.91311
1.23	.91075
1.24	.90852
1.25	.90640
1.26	.90440
1.27	.90250
1.28	.90072
1.29	.89904
1.30	.89747
1.31	.89600
1.32	.89464
1.33	.89338
1.34	.89222
1.35	.89115
1.36	.89018
1.37	.88931
1.38	.88854
1.39	.88785
1.40	.88726
1.41	.88676
1.42	.88636
1.43	.88604
1.44	.88581
1.45	.88566
1.46	.88560
1.47	.88563
1.48	.88575
1.49	.88595
1.50	.88623

x	$\Gamma(x)$
1.50	.88623
1.51	.88659
1.52	.88704
1.53	.88757
1.54	.88818
1.55	.88887
1.56	.88964
1.57	.89049
1.58	.89142
1.59	.89243
1.60	.89352
1.61	.89468
1.62	.89592
1.63	.89724
1.64	.89864
1.65	.90012
1.66	.90167
1.67	.90330
1.68	.90500
1.69	.90678
1.70	.90864
1.71	.91057
1.72	.91258
1.73	.91467
1.74	.91683
1.75	.91906
1.76	.92137
1.77	.92376
1.78	.92623
1.79	.92877
1.80	.93138
1.81	.93408
1.82	.93685
1.83	.93969
1.84	.94261
1.85	.94561
1.86	.94869
1.87	.95184
1.88	.95507
1.89	.95838
1.90	.96177
1.91	.96523
1.92	.96877
1.93	.97240
1.94	.97610
1.95	.97988
1.96	.98374
1.97	.98768
1.98	.99171
1.99	.99581
2.00	1.00000

Manual de Formulas e Tabelas Matemáticas

1.80	.93138
1.81	.93408
1.82	.93685
1.83	.93969
1.84	.94261
1.85	.94561
1.86	.94869
1.87	.95184
1.88	.95507
1.89	.95838



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

Capítulo VII – ÊSCOAMENTO EM MEIOS POROSOS



Exemplo: **Solução**

Para calcular a capacidade do filtro, primeiramente, nós teremos que calcular as perdas de carga associadas a cada trecho. Como todo o cálculo depende de informações que irão alimentar as equações, irei primeiramente calcular o parâmetros k e c para cada matriz porosa.

Propriedades do meio Poroso.

Areia

$$\varepsilon=0,37; \phi=0,70; dp=\overline{dp}=0,68\text{mm};$$

Pela Equação de Kozeny-Carman temos:

$$k = \frac{(dp\phi)^2 \varepsilon^3}{180(1-\varepsilon)^2} = \frac{(0,68 \cdot 10^{-1} \times 0,70)^2 \times 0,37^3}{180(1-0,37)^2} = 1,61 \cdot 10^{-6} \text{cm}^2$$

Pela Equação de Costa e Massarani (1983) temos:

$$c = \frac{1}{\varepsilon^{3/2}} \left[0,13 \left(\frac{k_o}{k} \right)^{0,37} + 0,10 \left(\frac{k_o}{k} \right)^{0,01} \right]^{0,98} \quad \text{sendo } k_o = 10^{-6} \text{cm}^2$$

$$c = \frac{1}{0,37^{3/2}} \left[0,13 \left(\frac{10^{-6}}{1,61 \cdot 10^{-6}} \right)^{0,37} + 0,10 \left(\frac{10^{-6}}{1,61 \cdot 10^{-6}} \right)^{0,01} \right]^{0,98} = 0,96$$

Propriedades do meio Poroso.

Brita

$$\varepsilon=0,43; \phi=0,7; dp=\overline{dp}=1,3\text{cm(tamanho uniforme);}$$

Pela Equação de Kozeny-Carman temos:

$$k = \frac{(dp\phi)^2 \varepsilon^3}{180(1-\varepsilon)^2} = \frac{(1,3 \times 0,7)^2 \times 0,43^3}{180(1-0,43)^2} = 1,13 \cdot 10^{-3} \text{cm}^2$$

Pela Equação de Costa e Massarani (1983) temos:

$$c = \frac{1}{\varepsilon^{3/2}} \left[0,13 \left(\frac{k_o}{k} \right)^{0,37} + 0,10 \left(\frac{k_o}{k} \right)^{0,01} \right]^{0,98} \quad \text{sendo } k_o = 10^{-6} \text{cm}^2$$

$$c = \frac{1}{0,43^{3/2}} \left[0,13 \left(\frac{10^{-6}}{1,13 \cdot 10^{-3}} \right)^{0,37} + 0,10 \left(\frac{10^{-6}}{1,13 \cdot 10^{-3}} \right)^{0,01} \right]^{0,98} = 0,38$$



OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

Capítulo VII – ÊSCOAMENTO EM MEIOS POROSOS



Exemplo: **Solução**

Considerando que na superfície do tanque de água age a pressão atmosférica é possível calcular a pressão na entrada do tanque de areia.

Pressão no ponto 1, entrada do tanque de areia.

$$P_1 = P_{atm} + \rho g h_1 = 1013250 + 1 \times 980 \times 60 = 1072050 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2} \Rightarrow 1,06 \text{ atm}$$

Entre os pontos 1 e 3 teremos:

Vimos que:

$$\frac{\Delta P^{P_1 \neq P_3}}{\rho} + \frac{\Delta(v^2)}{2} + g \Delta z = \bar{W} - W_A \div g$$

$$\frac{\Delta P}{\gamma} + \Delta z = \cancel{0} \text{ não temos uma bomba} - h_{tA} \text{ soma das contribuições dos tanque de areia e brita}$$

Nós provamos que para este tipo de situação a expressão abaixo é válida:

$$h_{tA} = \frac{L}{\rho g} \left[\frac{\mu}{k} + \frac{c \rho q}{\sqrt{k}} \right] q$$

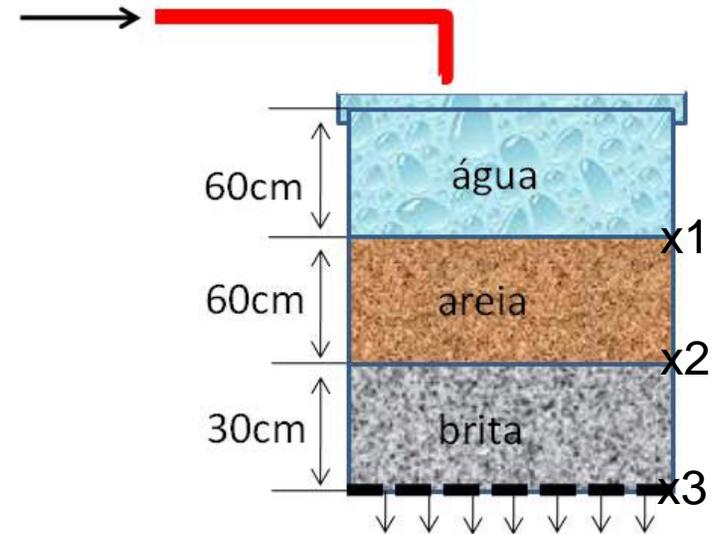
Perceba que as colunas possuem propriedades distintas: elas apresentam c, k e L diferentes.

Neste caso, devemos aplicar a expressão acima para cada tanque e estimar o valor de h_{tA} para cada tanque.

Note que já conhecemos o $\frac{\Delta P}{\gamma}$, o Δz resta-nos obter o valor de h_{tA} , pela expressão acima verificamos que

este depende da velocidade que não conhecemos, sendo assim esta ficará em função de q. O que é bom, afinal,

desejamos calcular q .





OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

Capítulo VII – ÊSCOAMENTO EM MEIOS POROSOS



Exemplo: **Solução**

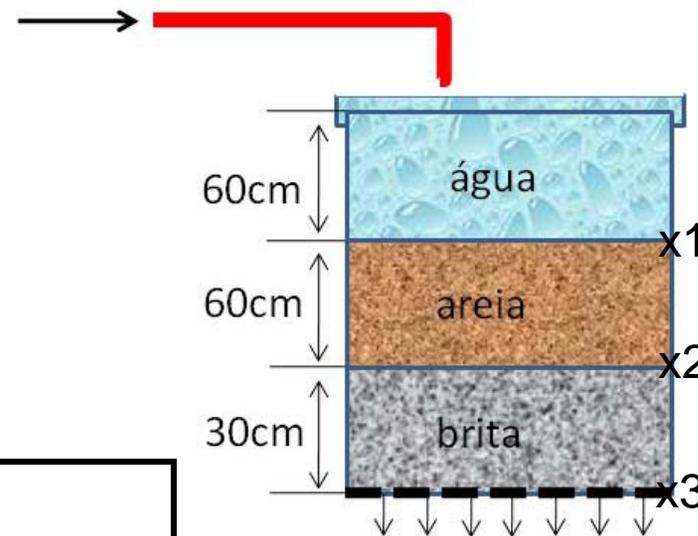
Considerando que na superfície do tanque de água age a pressão atmosférica é possível calcular a pressão na entrada do tanque de areia.

$$\frac{\Delta P}{\gamma} = \frac{1013250 - 1072050}{1 \times 980} = -60 \text{ cm} \quad \Delta z = -90 \text{ cm}$$

$$h_t = h_{t-\text{tanque de areia}} + h_{t-\text{tanque de brita}}$$

$$\frac{\Delta P}{\gamma} + \Delta z = -h_t \Rightarrow h_t = 150 \text{ cm}$$

Vimos que:
$$h_t = \frac{L}{\rho g} \left[\frac{\mu}{k} + \frac{c \rho q}{\sqrt{k}} \right] q$$



Para o tanque de Areia teremos:

$$h_t = \frac{L}{\rho g} \left[\frac{\mu}{k} + \frac{c \rho q}{\sqrt{k}} \right] q$$

$$\Rightarrow h_{t-\text{AREIA}} = \frac{60}{1 \times 980} \left[\frac{0,89 \cdot 10^{-2}}{1,61 \cdot 10^{-6}} + \frac{0,70 \times 1 \times q}{\sqrt{1,61 \cdot 10^{-6}}} \right] \times q$$

$$\Rightarrow h_{t-\text{AREIA}} = [338,44q + 33,78q^2]$$

Para o tanque de Brita teremos:

$$h_t = \frac{L}{\rho g} \left[\frac{\mu}{k} + \frac{c \rho q}{\sqrt{k}} \right] q$$

$$\Rightarrow h_{t-\text{BRITA}} = \frac{30}{1 \times 980} \left[\frac{0,89 \cdot 10^{-2}}{1,13 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,38 \times 1 \times q}{\sqrt{1,13 \cdot 10^{-3}}} \right] \times q$$

$$\Rightarrow h_{t-\text{BRITA}} = [0,24q + 0,34q^2]$$



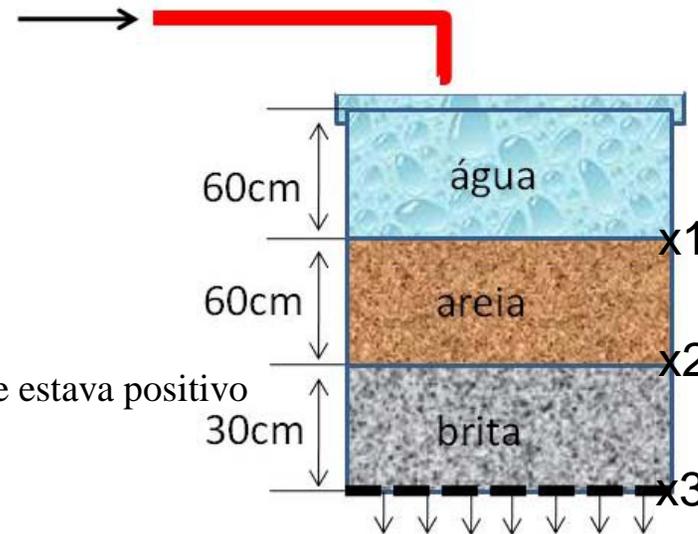
OPERAÇÕES UNITÁRIAS-1

Capítulo VII – ÊSCOAMENTO EM MEIOS POROSOS



Exemplo: Solução

Considerando que na superfície do tanque de água age a pressão atmosférica é possível calcular a pressão na entrada do tanque de areia.



$$\frac{\Delta P}{\gamma} = \frac{1072050 - 1013250}{1 \times 980} = 60 \text{ cm} \quad \Delta z = 90 \text{ cm}$$

$$h_t = h_{t-\text{tanque de areia}} + h_{t-\text{tanque de brita}}$$

$$\frac{\Delta P}{\gamma} + \Delta z = -h_t \Rightarrow -h_t = -150 \text{ cm} \Rightarrow \text{Equação do movimento já tratada!!}$$

$$-h_{tA} = -(h_{t-\text{AREIA}} + h_{t-\text{BBRITA}}) = -150 \text{ cm} \quad \leftarrow \text{corrigir o sinal no 150 que estava positivo}$$

$$\Rightarrow -h_{tA} = -(338,44q + 33,78q^2 + 0,24q + 0,34q^2) = -150 \text{ cm}$$

$$-(34,12q^2 + 338,68q) = -150 \Rightarrow 34,12q^2 + 338,68q - 150 = 0$$

Se considerarmos escoamento lento, Darcyano:

$$34,12q^2 + 338,68q - 150 = 0$$

Verifique se esta aproximação é razoável

$$\Rightarrow q = 0,44 \frac{\text{cm}^3}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}} \times \frac{10^4 \text{ cm}^2}{1 \text{ m}^2} \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cm}^3} \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 15,84 \frac{\text{m}^3}{\text{m}^2 \cdot \text{h}}$$

Considerando a contribuição dos dois termos teremos:

$$34,12q^2 + 338,68q - 150 = 0 \Rightarrow q = 0,42 \frac{\text{cm}^3}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}} \times \frac{10^4 \text{ cm}^2}{1 \text{ m}^2} \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cm}^3} \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 15,12 \frac{\text{m}^3}{\text{m}^2 \cdot \text{h}}$$

Perceba que a contribuição da perda de carga do tanque de brita frente à contribuição do tanque de areia é praticamente irrelevante.

$$34,12q^2 + 338,68q - 150 = 0$$

$$Q = 0,44 \Rightarrow \begin{cases} 34,12 \times 0,44^2 = 6,60 \\ 338,68 \times 0,44 = 149,02 \end{cases}$$